

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего**  
**образования**  
**"Казанский (Приволжский) федеральный университет"**

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор –  
проректор по научной деятельности

  
\_\_\_\_\_ Д.А. Гаурский

« 15 » \_\_\_\_\_ 2026 г.



**Программа вступительного испытания по специальности**

**Уровень высшего образования:** подготовка кадров высшей квалификации

**Тип образовательной программы:** программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

**Научная специальность:** 1.1.4 Теория вероятностей и математическая статистика

**Форма обучения:** очная

### **Общие указания**

Программа вступительного испытания в аспирантуру по специальности 1.1.4 Теория вероятностей и математическая статистика основана на специальных курсах, читаемых для студентов, специализирующихся на теории вероятностей и математической статистике.

### **Порядок проведения вступительных испытаний**

Вступительное испытание проводится в форме экзамена на основе билетов. В каждом экзаменационном билете по 2 вопроса. Экзамен проходит в письменной форме. Подготовка к ответу составляет 1 академический час (60 минут) без перерыва с момента раздачи билетов. Задания оцениваются от 0 до 100 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

### **Критерии оценивания**

Оценка поступающему за письменную работу выставляется в соответствии со следующими критериями.

#### **Отлично (80-100 баллов)**

Оценка демонстрирует полноту, аргументированность, убедительность ответов на вопросы; демонстрирует логику построения ответа на вопросы; свободно владеет материалом; проявляет культуру выступления, ясность и четкость; свободное владение терминами, понятиями, фактическим материалом; демонстрация аналитических способностей, умение находить обосновывать междисциплинарные подходы к решению математической проблемы.

#### **Хорошо (60-79 баллов)**

Знание в общих чертах действующей системы источников права по научной специальности; знание основных понятий по геометрии и топологии; умение пользоваться понятийным аппаратом по соответствующей научной специальности; знание важнейших работ из списка рекомендованной литературы; демонстрирует наличие собственного мнения о проблемах, затронутых в вопросах.

#### **Удовлетворительно (40-59 баллов)**

Демонстрирует недостаточную полноту ответов на вопросы; затруднения с использованием понятийного аппарата по соответствующей научной специальности; неполное знакомство с рекомендованной литературой; недостаточно точное, последовательное и аргументированное изложение ответа.

#### **Неудовлетворительно (менее 40 баллов)**

В ответах на поставленные вопросы отсутствует логика; отвечающий затрудняется с ответом на уточняющие, дополнительные вопросы и при видоизменении вопросов; ответ показывает незнание нормативного, судебного, теоретического, методического и доктринального материала.

## Вопросы программы вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности 1.1.4 Теория вероятностей и математическая статистика

### ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Алгебра событий. Булевы алгебры, порожденные классами множеств.

Аксиомы вероятности, сигма-аддитивность и непрерывность.

Булевы сигма-алгебры. Монотонные классы. Булевы сигма-алгебры, порожденные булевыми алгебрами.

Вероятностное пространство. Нулевые множества, пополнение вероятностных пространств.

Продолжение вероятности с алгебры на сигма-алгебру.

Измеримые отображения. Ступенчатые случайные величины. Действительные случайные величины, как пределы ступенчатых и как измеримые отображения. Борелевские множества на прямой. Функции распределения.

Математические ожидания действительных случайных величин. Конструкция интеграла Лебега и его свойства.

Сходимости почти, наверное, и по вероятности. Слабая сходимость.

Меры, их представления и разложения. Разложения Жордана-Хана и Лебега. Теорема Радона-Никодима. Плотности вероятностных мер.

Условное математическое ожидание и его свойства. Условное распределение вероятностей. Регулярные вероятности.

Векторные случайные величины. Условные и маргинальные распределения. Формула Байеса.

Независимость. Независимые классы и сигма-алгебры. Независимые случайные величины.

Вероятности на произведениях измеримых пространств. Переходные вероятности. Теорема Фубини.

Бесконечные произведения измеримых пространств. Случайные функции. Цилиндрические множества. Условие согласованности. Теорема Колмогорова.

Характеристические функции. Формула обращения. Теоремы единственности и непрерывности.

Основные законы теории вероятностей. Закон нуля и единицы. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Вероятностные модели. Распределения двухточечное, Бернулли, Пуассона, отрицательное биномиальное, равномерное, показательное, гамма, Вейбулла, нормальное, логнормальное. Связи между этими распределениями. Многомерное нормальное распределение.

Корреляция и регрессия. Частная и сводная корреляция.

Случайные блуждания. Закон арксинуса. Пуассоновский, винеровский и ветвящиеся процессы.

Цепи Маркова. Уравнения для вероятностей перехода. Теорема о предельных вероятностях.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Понятие случайной выборки. Распределение случайной выборки. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма.

Выборочные характеристики. Выборочные моменты и квантили; их асимптотическое

распределение.

Достаточные статистики. Теорема факторизации. Экспоненциальные семейства.

Оценка параметров по методу моментов и методу максимального правдоподобия.

Состоятельность оценок и их асимптотическое распределение.

Несмещенные оценки с минимальной дисперсией.

Регрессионный и корреляционный анализы. Метод наименьших квадратов.

Проверка статистических гипотез. Критерий, его размер, уровень значимости, критический уровень значимости, вероятности ошибок, функция мощности.

Теорема Неймана-Пирсона. Равномерно наиболее мощные критерии для распределений с монотонным отношением правдоподобия. Наиболее точные доверительные границы. Критерий типа - квадрат (согласия, независимости и однородности).

Инвариантные критерии. Сравнение средних и дисперсий нормальных распределений (дисперсионный анализ).

Непараметрические ранговые критерии. Критерии однородности: знаков, Вилконсона, Смирнова.

### **Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности 1.1.4 Теория вероятностей и математическая статистика**

Основная литература:

1. Володин Игорь Николаевич. Оптимальные статистические решения [Текст: электронный ресурс]: [учебное пособие]/ И. Н. Володин. - Казань: Казанский университет, 2012. - 182 с. — Режим доступа:

URL: <https://kpfu.ru/docs/F1363420268/OSP.pdf>

2. Володин Игорь Николаевич. Лекции по теории статистических выводов [Текст: электронный ресурс]: [учебное пособие] / И. Н. Володин; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Каф. мат. статистики, 2010. - 174 с. — Режим доступа: URL: <http://old.kpfu.ru/f9/bibl/Vse.pdf>

3. Володин Игорь Николаевич. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс]: [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика" / И. Н. Володин; Казан. гос. ун-т, Каф. мат. статистики, 2006. - 271 с. — Режим доступа: URL: <https://kpfu.ru/docs/F1021260618/TViMS.pdf>

4. Ширяев, А.Н. Вероятность-1 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Н. Ширяев. — Электрон. дан. — Москва: МЦНМО, 2007. — 552 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9448>.

5. Ширяев, А.Н. Вероятность-2 [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Н. Ширяев. — Электрон. дан. — Москва: МЦНМО, 2007. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9449>.

Дополнительная литература:

1. Бородин, А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Н. Бородин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 256 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2026>.

2. Боровков, А.А. Математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник / А.А.

Боровков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2010. — 704 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/3810>

3. Свешников, А.А. Прикладные методы теории вероятностей [Электронный ресурс]: учебник / А.А. Свешников. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2012. — 480 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/3184>.

4. Бородин, А.Н. Случайные процессы [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.Н. Бородин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2013. — 640 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/12935>. — Загл. с экрана.

5. Ширяев, А.Н. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1 [Электронный ресурс]: учебник / А.Н. Ширяев, И.Г. Эрлих, П.А. Яськов. Электрон. дан. Москва: МЦНМО, 2013. - 648 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56417>.

Программа вступительного испытания в аспирантуру составлена в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по специальности 1.1.4 Теория вероятностей и математическая статистика.