

Рабочий лист №1

Дата "03" февраля 2025 г.
(заполняется оргкомитетом)

Шифр ИСТ-29
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл																
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																<u>1005</u>

Мониторинг

(название олимпиады, заполняется участником)

Информационные системы и технологии

(профиль олимпиады, заполняется участником)

Задача 6

Язык C++, язык конструкторов

```
#include <iostream>
using namespace STD;
```

```
int main()
```

```
{
    int n;
    cin >> n; // ввод числа N
    int** x = new int*[n];
    for (int i = 0; i < n; i++) x[i] = new int[n]; // создание двумерного массива
    int a = 1;
    int i
    for (int iter = 0; iter < n/2; iter++)
    {
        up(x, iter, a, n);
        right(x, iter, a, n);
        down(x, iter, a, n);
        left(x, iter, a, n);
    }
```

```
if (n % 2 == 1)
    x[n/2][n/2] = a;
```

```
for
```

```

for (int i=0; i<n; i++)
{
    for (int j=0; j<n; j++)
        cout << x[i][j] << " ";
    cout << endl;
}

```

1-4 I inner

5-8 II inner

вызовы \Rightarrow вызовов

1	1	1	1	1	1	2
5	5	5	5	5	6	2
4					6	2
4						2
4						2
4						2
4	3	3	3	3	3	3

```

void up(int** x, int iter, int &a, int n)
{

```

```

    int i = iter;
    int j = iter;
    for (; j < n-1-iter; j++)
        x[i][j] = a++;
}

```

```

void right(int** x, int iter, int &a, int n)
{

```

```

    int i = iter;
    int j = n-1-iter;
    for (; i < n-1-iter; i++)
        x[i][j] = a++;
}

```

```

void down(int** x, int iter, int &a, int n)
{

```

```

    int i = n-1-iter;
    int j = n-1-iter;
    for (; j > iter; j--)
        x[i][j] = a++;
}

```

```

void rightleft(int** x, int iter, int &a, int n)
{

```

```

    int i = n-1-iter;
    int j = iter;
    for (; i > iter; i++)
        x[i][j] = a++;
}

```

// функция генерирует форму из main (main)

Задача 1

Для матрицы (квадратной) A существует предположение $A = C \cdot \Lambda \cdot C^{-1}$, где Λ диагональная матрица, тогда когда её собственное значение $\lambda: \det(A - \lambda E) = 0$ не кратное.

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата "03" февраль 20 25 г.
(заполняется участником)

Шифр ИСТ-29
(заполняется участником)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 4 \\ -3 & -5 & 3 \\ -5 & -10 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow A - \lambda E = \begin{pmatrix} -1-\lambda & -4 & 4 \\ -3 & -5-\lambda & 3 \\ -5 & -10 & 8-\lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A - \lambda E) =$$

$$= -1-\lambda \cdot \begin{vmatrix} -5-\lambda & 3 \\ -10 & 8-\lambda \end{vmatrix} - (-4) \cdot \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 8-\lambda \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} -3 & -5-\lambda \\ -5 & -10 \end{vmatrix} =$$

$$= -\lambda^3 + 3\lambda^2 + 10\lambda - \lambda^2 + 3\lambda + 10 + 12\lambda - 36 - 20\lambda + 20 = -\lambda^3 + 2\lambda^2 + 5\lambda - 6$$

Корнями этого характеристического уравнения будут $\lambda_1 = 1$ $\lambda_2 = -2$ $\lambda_3 = 3$

Найдём соответствующие собственные векторы V ; такие что

$$(A - \lambda E) \cdot V_1 = 0 \Rightarrow$$

$$1) \lambda_1 = 1: \begin{pmatrix} -2 & -4 & 4 \\ -3 & -6 & 3 \\ -5 & -10 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_3 - C_1 - C_2} \begin{pmatrix} -2 & -4 & 4 \\ -3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{3C_1} \begin{pmatrix} -6 & -12 & 12 \\ -3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_2 - C_1} \begin{pmatrix} -6 & -12 & 12 \\ -6 & -12 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_2 - C_1} \begin{pmatrix} -6 & -12 & 12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -6 & -12 & 12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow -2 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = V_1$$

$$2) \lambda_2 = -2: \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 \\ -3 & -3 & 3 \\ -5 & -10 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{15C_1} \begin{pmatrix} 15 & -60 & 60 \\ -3 & -3 & 3 \\ -5 & -10 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{20C_2} \begin{pmatrix} 15 & -60 & 60 \\ -60 & -60 & 60 \\ -5 & -10 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{12C_3} \begin{pmatrix} 15 & -60 & 60 \\ -60 & -60 & 60 \\ -30 & -60 & 60 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_2 + C_1} \begin{pmatrix} 15 & -60 & 60 \\ -75 & 0 & 0 \\ -30 & -60 & 60 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_3 - C_1} \begin{pmatrix} 15 & -60 & 60 \\ -75 & 0 & 0 \\ -45 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{C_3 - \frac{45}{15}C_1} \begin{pmatrix} 15 & -60 & 60 \\ -75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = V_2$$

$$3) \lambda_3 = 3: \begin{pmatrix} -4 & -4 & 4 \\ -3 & -8 & 3 \\ -5 & -10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{2}C_1} \begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -3 & -8 & 3 \\ -5 & -10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_3 - C_1 - C_2} \begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -3 & -8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_1 \cdot \frac{3}{2}} \begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 \\ -3 & -8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{C_1 - C_2} \begin{pmatrix} 0 & 5 & 0 \\ -3 & -8 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\approx \underline{C_2 - C_1} \begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = V_3$$

матрица собственных значений

$$\Delta = E \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

матрица из собственных векторов

$$C = (V_1 V_2 V_3) = C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Задача 4

Всего 7 карточек: "C" - 1, "O" - 2, "A" - 1, "B" - 1, "E" - 1, "H" - 1.

Событие "A", когда 1-ая взятая карточка "B" (1 карточка всего),
 "O" - 2 карточки в мешке и "A" - 1 карточка всего,

т.е. $C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 = 1 \cdot \frac{2}{1+1} = 1 = 2$ | благоприятных исходов

т.е. число всех возможных исходов, т.е.:

- 1) 1-ая берется любая из 7 карточек
- 2) 2-ая берется любая из 6 оставшихся карточек
- 3) 3-ья берется любая из 5 оставшихся карточек

т.е. число всех исходов $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

т.е. вероятность исхода $P(A) = \frac{|A|}{n} = \frac{2}{210} = \left(\frac{1}{105} \right)$

Задача 5

SELECT Id,

Case

When Id not in (SELECT Program FROM Table where
 Program is not null) Then 'User' (пользователь → User)

When Id in (SELECT User FROM Table where Program
 is null) Then 'Корень' (пользователь которого не программа → Корень)

Else 'Взломщик' (ломатель → взломщик)

End

FROM (SELECT User AS ID FROM Table) as Tb

список ID в программе программа

Order by Id ASC

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата "03" февраля 2025 г.
(заполняется участником)

Шифр КСТ-29
(заполняется участником)

Задача 2

Дано уравнение

$$((K \wedge \bar{L} \wedge \bar{N}) \wedge (\bar{L} \rightarrow M)) \vee ((\bar{K} \vee L \vee N) \wedge (\bar{L} \wedge \bar{M})) \wedge (K \vee N) = 1$$

$x \rightarrow y \sim \bar{x} \vee y$, проведем замену, тогда $\bar{x} = x$

$$(((K \wedge \bar{L} \wedge \bar{N}) \wedge (\bar{L} \vee M)) \vee ((\bar{K} \vee L \vee N) \wedge (\bar{L} \wedge \bar{M}))) \wedge (K \vee N) = 1$$

Раскроем скобки в данных участках

$(x \wedge y) \cdot z = xz \wedge yz$, а также законен закон вида $x \wedge y$ на $x \vee y$

$$\text{скобка I } (K \bar{L} \bar{N} (L \vee M)) = K \bar{L} \bar{N} L \vee K \bar{L} \bar{N} M = \underbrace{K \bar{L} \bar{N} M}$$

т.к. $y \cdot \bar{y} = 0$, а также $x \cdot (y \cdot z) = x \cdot y \cdot z$

$$\begin{aligned} \text{скобка II } ((\bar{K} \vee L \vee N) \cdot \bar{L} \bar{M}) &= \bar{K} \bar{L} \bar{M} \vee L \bar{L} \bar{M} \vee \bar{L} \bar{M} N = \\ &= \underbrace{\bar{K} \bar{L} \bar{M} \vee N \bar{L} \bar{M}} \end{aligned}$$

$$\text{Получаем: } (K \bar{L} \bar{N} M \vee \bar{K} \bar{L} \bar{M} \vee N \bar{L} \bar{M}) \cdot (K \vee N) = 1$$

$$\text{Раскрываем: } (x \cdot x = x)$$

$$\begin{aligned} &K \bar{L} \bar{N} M \vee \underbrace{\bar{K} \bar{L} \bar{M}}_0 \vee K \bar{L} N \bar{M} \vee \underbrace{K \bar{L} N \bar{N} M}_0 \vee \bar{K} \bar{L} \bar{M} N \vee \underbrace{\bar{L} \bar{M} N}_0 = \\ &= K \bar{L} \bar{M} \bar{N} \vee K \bar{L} \bar{M} N \vee \bar{K} \bar{L} \bar{M} N \vee \underbrace{K \bar{L} \bar{M} N}_0 = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \overline{KL} \overline{MN} \vee \overline{KL} \overline{MN} \vee \overline{KL} \overline{MN} = 1 \quad (D H \Phi \Rightarrow)$$

решения:

Ответ

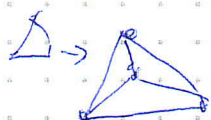
K	L	M	N
1	0	0	0
1	0	0	1
0	0	0	1

Задача 3

Наш граф ограничен по вершинам ¹²⁰⁰ и внешним ребрам ⁵⁰⁰
 \Rightarrow Он не ограничен по внутренним ребрам

Самым оптимальным решением для нас, это построить граф
 в виде 500-угольника. Получим 500 внешних ребер.
 И затем добавим одну вершину в центр
 этой фигуры и соединим все внешние вершины с центром
 получится, что 500-угольник разделился на 500 треугольных сег-
 ментов. Было использовано 501 вершина. Осталось 699.

Самым оптимальным делением треугольника, на другие треу-
 гольники, требующие минимальное кол-во доп. вершин является



добавит 1 вершину в центр и соединит ее с
 углами, из одного треугольника получится 3, и

появится 1 вершина. Другое не получится, т.к. как мы можем
 добавить лишь 3 ребра (в Δ 3 вершины \Rightarrow 1 вершина добавит 3 ребра к 3 вершинам
 а по формуле Эйлера

Верш. Ребра Сегм.

$$B - P + F = 2 \quad \text{увеличение графа}$$

$$T = 2 - B + P =$$

$$(B - P + F = 1)$$

$$2 - (B + 1) + (P + 1) = (2 - B + P) + 2 \quad \text{увеличит}$$

для плоского графа

на 2

Т.е. мы добавим 699 раз вершину внутрь Δ и
 преобразуем его в 3. т.е. Было получено $500 + 699 \cdot 2 = 1898$

500-угольн. с центром оптимально (т.к. симметричным - круг (много-
 угольником) самым оптимальным, т.к. за n вершин мы получим n-1 графов
 и мы во внутренних ребрах неограничен, а это максимальное значение
 для плоского графа