

Рабочий лист №1

Дата " 3 " сентября 20 25 г.
(заполняется оргкомитетом)

Шифр ИСТ-7
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл																
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	<u>958</u>
Балл																

Магистры
(название олимпиады, заполняется участником)

Информационные системы и технологии
(профиль олимпиады, заполняется участником)

$$2) (((K \wedge \neg L \wedge \neg N) \wedge (\neg L \rightarrow M)) \vee ((\neg K \vee L \vee N) \wedge (\neg L \wedge \neg M))) \wedge (K \vee N) = 1$$

Применим логическую эквивалентность $\neg L \rightarrow M \equiv L \vee M$; \Rightarrow

$$(((K \wedge \neg L \wedge \neg N) \wedge (L \vee M)) \vee ((\neg K \vee L \vee N) \wedge (\neg L \wedge \neg M))) \wedge (K \vee N) = 1$$

Рассмотрим отдельно каждую часть выражения

$$I. ((K \wedge \neg L \wedge \neg N) \wedge (L \vee M))$$

Возможное решение:

$K=1, L=0, N=0$, т.к. $L=0$ то выражение $L \vee M$ истинно при $M=1$

$$II. ((\neg K \vee L \vee N) \wedge (\neg L \wedge \neg M))$$

Из условия $\neg L \wedge \neg M$ следует что L и $M=0$

$\neg K \vee L \vee N$ зная что $L=0$; \Rightarrow рассмотрим $\neg K \vee N$: выражение истинно либо когда $\neg K$, либо когда N принимает истинное значение

Возможное решение:

$$K=0, N=1/0, L=0, M=0$$

$$K=1, N=1, L=0, M=0$$

III. (KvN)

Исходная комбинация $K=0$ и $N=0$

Все возможные решения уже удовлетворяют условию

Ответ:

$$K=1, L=0, M=1, N=0$$

$$K=0, L=0, M=0, N=1$$

$$K=1, L=0, M=0, N=1$$

} все возможные решения имеют уравнение

$$4) C, O, L, O, B, E, \bar{L} \rightarrow B, O, L$$

I. Поскольку нам важен порядок, воспользуемся формулой перестановок

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}; \Rightarrow$$

$$P_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

Число способов выбрать B O L в правильном порядке: $1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$

$$P = \frac{\text{число благоприятных исходов}}{\text{общее число случаев}} = \frac{2}{210} = \frac{1}{105}$$

II способ решения

Воспользуемся методом Боярса

Событие A_1 - на первой карточке будет B

Событие A_2 - на второй карточке будет O

Событие A_3 - на третьей карточке будет L

Нужно найти $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ вероятность пересечения всех событий

$$P(A_1) = \frac{1}{7}$$

$$P(A_2|A_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \left(\begin{array}{l} * A_2|A_1 - \text{условная вероятность события } A_2 \text{ при условии} \\ \text{это условие это произошло событие } A_1 \end{array} \right)$$

$$P(A_3|A_1 \cap A_2) = \frac{1}{5}$$

$$\text{Полная вероятность: } P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{105}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{105}$$

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата " 3 " февраля 20 25 г.
(заполняется участником)

Шифр 21CT-7
(заполняется участником)

5) SQL запрос к таблице:

SELECT N AS NNode,

CASE

WHEN P IS NULL THEN "Корень"

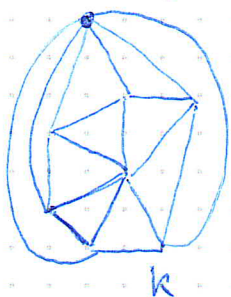
WHEN MIN(SELECT P FROM Tree) THEN "Внутренний"

ELSE "Лист"

END AS "Type"

FROM Tree ORDER BY N ASC;

3) По условию задачи каждая ячейка представляет собой граф ориентированной трехмерной решетки. В таком случае можно представить плоский граф, состоящий из множества (вершин) треугольных ячеек. Осуществим тогда каждую ячейку в том числе и внешнюю в плоском графе общей ориентированной трехмерной решетки. Для этого добавим новую вершину на внешней ячейке и свяжем её с каждой вершиной внешней ячейки колонки - k.



В результате каждая каждая ячейка графа, в том числе и внешняя, окажется ориентированной трехмерной решетки. Зададим число ребер - P, число ячеек - Γ, а также число вершин. Так же каждая её ячейка ориентирована трехмерной решетки, каждое ребро принадлежит двум ячейкам, следовательно отношение ребер к ячейкам: $3\Gamma \leq 2P$, $\Rightarrow \frac{P}{\Gamma} \geq \frac{3}{2}$

Поскольку нам граф плоский и связный, то введем теорему Эйлера для планарных графов: $V - P + \Gamma = 2$
Свяжем отношение, полученное ранее, с формулой Эйлера для планарных графов. Тогда получим, что:

$$\frac{P}{\Gamma} \geq \frac{3}{2}; \Rightarrow P \geq \frac{3\Gamma}{2}, \Gamma \geq \frac{2P}{3}$$

$$1B + 1\Gamma - \frac{3\Gamma}{2} = 2 \quad / \cdot 2$$

$$1B - P + \frac{2P}{3} = 2 \quad / \cdot 3$$

$$21B + 2\Gamma - 3\Gamma = 4$$

$$31B - 3P + 2P = 6$$

$$\cancel{11B} \Gamma = 21B - 4$$

$$P = 31B - 6$$

После того как была добавлена новая вершина соединена ее ребрами с каждой вершиной внешней грани, мы получили 500 новых ребер, которые в свою очередь определили 500 новых внешних углов (без учета внешней грани). Общее количество углов соединенных увеличилось и стало равняться 1201.

Вычислим сколько панелей нужно для построения колонны:

$$P = 3 \cdot 1201 - 6 = 3597$$

~~(Вычислим его)~~ Избавимся от 500 первообразных ребер и получим необходимое количество панелей для построения колонны:

$$3597 - 500 = 3097$$

Вычислим количество острозубных углов

$$\Gamma = 2 \cdot 1201 - 4 = 2398$$

Вычтем возникшие углы, в том числе и внешнего угла:

$$1398 - 501 = 897$$

В свою очередь по условию задачи в одной директрисе есть 1 муравей, по такому количеству муравьев муравьев в колонне = 897

Ответ: 3097; 897

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата " 3 " апреля 20 25 г.
(заполняется участником)

Шифр 2107-7
(заполняется участником)

```
def get_spiral_matrix(n):  
    matrix = []  
    for i in range(n):  
        row = []  
        for j in range(n):  
            row.append(0)  
        matrix.append(row)  
    top_bored = 0  
    down_bored = n-1  
    left_bored = 0  
    right_bored = n-1  
    num = 1  
    while top_bored <= down_bored and left_bored <= right_bored: # упирается  
        for i in range(left_bored, right_bored+1):  
            matrix[top_bored][i] = num  
            num += 1  
        top_bored += 1  
        for i in range(top_bored, down_bored+1):  
            matrix[i][right_bored] = num  
            num += 1  
        right_bored -= 1  
        for i in range(right_bored, left_bored-1, -1):  
            matrix[down_bored][i] = num  
            num += 1  
        down_bored -= 1  
        for i in range(down_bored, top_bored-1, -1):  
            matrix[i][left_bored] = num  
            num += 1  
        left_bored += 1  
    return matrix  
def print_matrix(matrix):  
    with open("output.txt", "w") as f:  
        for row in matrix:  
            for elem in row:
```

```
f.write(f.write(f"{elem:2}"
```

```
def main():
```

```
with open
```

```
h = int(input("n"))
```

```
matrix = get_spinor_matrix(h)
```

```
h
```

```
if __name__ == '__main__':
```

```
main()
```

1) матрица A действительная, если существует матрица C (матрица, состоящая из вещественных элементов матрицы A) и λ (действительная матрица, собственная значения A на мнимой оси).

Если λ — собственное значение матрицы A соответствующим собственным вектором x , если выполняется условие:

$$Ax = \lambda x, x \neq 0$$

$$Ax - \lambda x = 0$$

$$\lambda E = \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}; x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$(A - \lambda E)x = 0; \Rightarrow$$

$$\det(A - \lambda E) \cdot x = 0$$

Воспользуемся правилом Сфуровского

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & -4 & 4 \\ -3 & -5-\lambda & 3 \\ -5 & -10 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (-1-\lambda)(-5-\lambda)(1-\lambda) + (-4) \cdot 3 \cdot (-5) + 4 \cdot (-3) \cdot (-10) - (-5) \cdot (-1-5) \cdot 4 - (-10) \cdot 3 \cdot (-1-1) - (-1+5) \cdot (-3) \cdot (-4) = -\lambda^3 + 2\lambda^2 + 5\lambda - 6$$

$$\det(A - \lambda E) = -\lambda^3 + 2\lambda^2 + 5\lambda - 6 \quad / : (-1)$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 - 5\lambda + 6$$

Если λ — корень уравнения, то можно найти среди делителей свободного члена 6 делители или разложить на множители $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$ перебором найти корни уравнения

Пусть $\lambda = 1$, тогда $1^3 - 2 \cdot 1^2 - 5 \cdot 1 + 6 = 0$ является корнем, значит $\lambda = 1$ является одним из корней кубического уравнения

Выделив множитель $(\lambda - 1)$, получим:

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата "3" февраля 2025 г.
(заполняется участником)

Шифр ИСТ-7
(заполняется участником)

$$\begin{array}{r|l} -\lambda^3 - 2\lambda^2 - 5\lambda + 6 & \lambda - 1 \\ -\lambda^3 - \lambda^2 & \lambda^2 - \lambda - 6 \\ \hline -\lambda^2 - 5\lambda & \\ -\lambda^2 - \lambda & \\ \hline -6\lambda + 6 & \\ -6\lambda + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

наше уравнение принимает вид: $(\lambda - 1)(\lambda^2 - \lambda - 6) = 0$

$$\lambda - 1 = 0 \quad \lambda^2 - \lambda - 6 = 0$$

$$\lambda_1 = 1 \quad \text{но н. Вектор}$$

$$\begin{cases} \lambda_2 + \lambda_3 = 4 \\ \lambda_2 \cdot \lambda_3 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_2 = -2 \\ \lambda_3 = 3 \end{cases}$$

Таким образом мы нашли собственные значения $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 3$.
Находим собственные векторы $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$ методом Гаусса:

1. $\lambda_1 = 1$

$$\begin{pmatrix} -1-1 & -4 & 4 \\ -3 & -5-1 & 3 \\ -5 & -10 & 0-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0; \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} -2 & -4 & 4 & 0 \\ -3 & -6 & 3 & 0 \\ -5 & -10 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 1/2} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & 0 \\ -3 & -6 & 3 & 0 \\ -5 & -10 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-3)} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ -5 & -10 & -1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-5)} \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(-1)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 0 \\ x_1 = -2x_2 \\ x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow X = \begin{pmatrix} -2x_2 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

выберем $x_2 = 1$, тогда $x_2 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. $d_2 = -2$

$$\begin{pmatrix} -1+2 & -4 & 4 \\ -3 & -5+2 & 3 \\ -5 & -10 & 8+2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0; \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 & | & 0 \\ -3 & -3 & 3 & | & 0 \\ -5 & -10 & 10 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 3} \sim \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 & | & 0 \\ 0 & -15 & 15 & | & 0 \\ -5 & -10 & 10 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 5} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 & | & 0 \\ 0 & -15 & 15 & | & 0 \\ 0 & -50 & 30 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{15}} \sim \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & -30 & 30 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 30} \sim \begin{pmatrix} 1 & -4 & 4 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 4} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = x_3 \\ x_3 = x_3 \\ x_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{pmatrix} 0 \\ x_3 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

выберем $x_3 = 1$, тогда $\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

3. $d_3 = 3$

$$\begin{pmatrix} -1-3 & -4 & 4 \\ -3 & -5-3 & 3 \\ -5 & -10 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = 0; \Rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} -4 & -4 & 4 & | & 0 \\ -3 & -8 & 3 & | & 0 \\ -5 & -10 & 5 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{4}} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 0 \\ -3 & -8 & 3 & | & 0 \\ -5 & -10 & 5 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 3} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & -5 & 0 & | & 0 \\ -5 & -10 & 5 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 5} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & -5 & 0 & | & 0 \\ 0 & -5 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot (-\frac{1}{5})} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot (-1)} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot 5} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot (-1)} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = x_3 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{pmatrix} x_3 \\ 0 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

выберем $x_3 = 1$, тогда $\vec{u}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad x_3 \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата " 3 " апреля 20 25 г.
(заполняется участником)

Шифр УСТ-7
(заполняется участником)

$$C \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Pi \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad A = C \Pi C^{-1}$$

* $|C| = -2 + 1 = -1$; $\Rightarrow C^{-1}$ существует

мы получим значениям линейных собственных векторов \Rightarrow

A - диагонализирована

Ответ: Для матрицы A существует представление $C \Pi C^{-1}$, $C \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\Pi \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$