

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Олимпиада для поступающих в магистратуру

Место штампа

Рабочий лист №1

Дата " 3 " февраля 20 25 г.
(заполняется оргкомитетом)

Шифр УСТ-3
(заполняется оргкомитетом)

Оценка работы

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл																
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																<u>908.</u>

Магистратуры
(название олимпиады, заполняется участником)

Информационные системы и технологии
(профиль олимпиады, заполняется участником)

Задача 9.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 4 \\ -3 & -5 & 3 \\ -5 & -10 & 8 \end{pmatrix} \quad A = C \Delta C^{-1}$$

$$\text{tr} A = -1 + (-5) + 8 = -6 + 8 = 2$$

$$\Omega = M_{11} + M_{22} + M_{33} =$$

$$= \begin{vmatrix} -5 & 3 \\ -10 & 8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -5 & 8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & -4 \\ -3 & -5 \end{vmatrix} =$$

$$= (-5 \cdot 8 - (-10 \cdot 3)) + (-1 \cdot 8 - (-5 \cdot 4)) + (-1 \cdot (-5) - (-3 \cdot (-4))) =$$

$$= (-40 + 30) + (-8 + 20) + (5 - 12) =$$

$$= -40 + 80 - 8 + 20 + 5 - 12 =$$

$$= 40 + 20 + 5 - 20 = 45$$

$$= -10 + 12 + 5 - 12 = -5$$

$\det A:$

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & 4 & -1 & -4 \\ -3 & -5 & 3 & -3 & -5 \\ -5 & -10 & 8 & -5 & -10 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det A &= -1 \cdot (-5) \cdot 8 + (-4) \cdot 3 \cdot (-5) + 4 \cdot (-3) \cdot (-10) - \\ &- ((-5) \cdot (-5) \cdot 4) - (-10) \cdot 3 \cdot (-1) - 8 \cdot (-3) \cdot (-4) = \\ &= 40 + 60 + 120 - 100 - 30 - 96 = \\ &= 120 - 126 = -6 \end{aligned}$$

Составим хар. уравнение:

$$-\lambda^3 + \text{tr} A \lambda^2 - \Omega \lambda + \det A = 0$$

$$-\lambda^3 + 2\lambda^2 - (4-5)\lambda + (-6) = 0$$

$$\cancel{-\lambda^3 + 2\lambda^2 + 5\lambda - 6 = 0 \quad | \cdot (-1)}$$

$$\cancel{\lambda^3 + 2\lambda^2 - 2\lambda - 5\lambda + 6 = 0}$$

~~делим на линейный член:~~

$$\begin{array}{r} \pm 1, \pm 2, \dots \\ +1 \quad -2 \quad +5 \quad -6 \\ \hline -23 \quad 6-6=0 \end{array}$$

$$-\lambda^3 + (2)\lambda^2 - (-5)\lambda + (-6) = 0$$

$$-\lambda^3 + 2\lambda^2 + 5\lambda - 6 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$$

$$\lambda = 1$$

$$1 - 2 - 5 + 6 = 0$$

$\lambda = 1$ - корень!

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата "3" февраля 2025 г.
(заполняется участником)

Шифр УСТ-3
(заполняется участником)

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 2x^2 - 5x + 6 & x - 1 \\
 \hline
 -x^3 + x^2 & x^2 - x - 6 \quad \checkmark \\
 \hline
 -x^2 - 5x & \\
 -x^2 + x & \\
 \hline
 -6x + 6 & \\
 -(-6x + 6) & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$D = b^2 - 4ac$
 $D = 1 - 4 \cdot$
 $+ 12 - 5 + 6$
 $-1 - 2 + 5 + 6 =$

$(x-1)(x^2-x-6)=0$

Получили уравнение

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$$

Найдем корни: $x = 1$ как делитель 6

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 & x - 1 \\
 \hline
 & x^2 - x - 6 \\
 & D = 1 + 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25
 \end{array}$$

Нет решений
✗

$$(x-1)(x^2-x-6) \neq 0 \Rightarrow \text{Не диагонализ.}$$

т.к., не хватает x для построения \mathbb{R}_3
~~Отв.: не диагонализирована.~~

$$\Delta = 25 \quad \text{NF}$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \begin{cases} 2 \\ 3 \end{cases}$$

$$\lambda_1 = 2$$

$$\lambda_2 = 3$$

$$\lambda_3 = 4$$

$$A - \lambda_1 E = 0 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & -4 & 4 \\ -3 & -5 & -2 & 3 \\ -5 & -10 & 8 & -2 \end{array} \right) \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & -4 & 4 & 0 \\ -3 & -7 & 3 & 0 \\ -5 & -10 & 6 & 0 \end{array} \right)$$

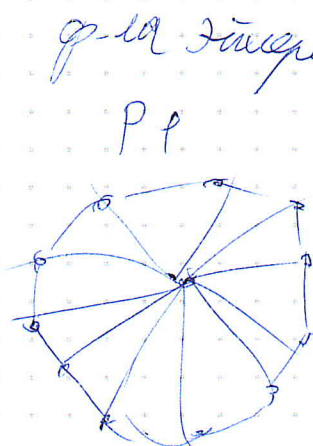
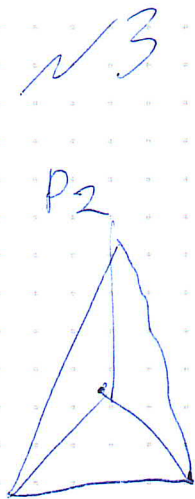
rewriting:

$$\begin{cases} -3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 0 \\ -3x_1 - 7x_2 + 3x_3 = 0 \\ -5x_1 - 10x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} = \checkmark$$

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата "3" февраля 2025 г.
(заполняется участником)

Шифр УСР-3
(заполняется участником)



Ф-ля Эйлера:

$$N_{\text{вершин}} - N_{\text{ребер}} + N_{\text{участков}} = 1$$

Если 1200 точек соединены
всего, а по периметру
500 точек, то
по периметру будет

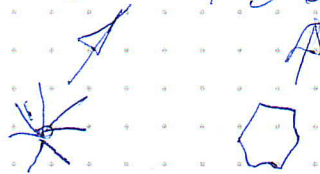
500 точек. По сути, внутри остается
остается $1200 - 500 = 700$ точек.

Поместим одну точку по
центру и соединим её с периметром,
так, как показано на рисунке P1.
Получим 500 точек.

Будем считать, что каждая новая
добавленная точка будет
соединяться 3 новыми ребрами,
тогда $700 - 1 = 699$ точек
соединим по 3 ребра

Минус берем = 1200

число парочек = $699.3 + 500 + 500 =$



$$= 2100 + 1000 - 3 = 3097$$

Воспользуемся формулой.

Коррек: $1200 - 3097 + \text{Начек} = 1$

$$\text{Начек} = 3097 - 1200 + 1 = 3098 - 1200 = 1898$$

Итого: 1898 мамочек и 3097 парочек.

№5

SELECT id,

user

CASE id NOT IN (SELECT ~~password~~ FROM TABLE
WHERE user IS NOT NULL AND ~~password~~ IS NOT NULL)
THEN Коррек

CASE id NOT IN (SELECT ~~password~~ FROM TABLE
WHERE user IS NOT NULL AND ~~password~~ IS NOT NULL)
ELSE 'mom'

ELSE 'Организатор'
END

FROM (SELECT ~~password~~ FROM TABLE WHERE ~~password~~ IS NOT NULL

UNION SELECT user FROM TABLE WHERE user IS NOT NULL)

AS TABLE3

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата "3" сентября 2025 г.
(заполняется участником)

Шифр УП-3
(заполняется участником)

```
✓6 #include <iomanip>
#include <fstream>
using namespace std;
int main()
{
    int N;
    cin >> N;
    matrix = new int*[N]
    for(int g=0; g<N; g++)
    {
        matrix[g] = new int[N]
        int i=0;
        for(int n=0; n<N; n++)
        {
            for(j=n; j<N-n; j++)
            {
                for(j=n+1; j<N-n; j++)
                {
                    for(j=N-n-1; j>n; j--)
                    {
                        for(j=N-n-1; j>n+1; j--)
                        {
                            ofstream out("out.txt")
                            for(int f=0; f<N; f++)
                            {
                                for(int s=0; s<N; s++)
                                {
                                    out << setw(6) << matrix[f][s] << " ";
                                }
                            }
                        }
                    }
                }
            }
        }
    }
}
```

matrix[N][j] = i++
matrix[N][j] = i++
matrix[N-n
matrix[j][N] = i++
matrix[N-n][j] = i++
matrix[j][N] = i++

№ 4

СОЛОВЕЦ

БОЛ

$$Q \quad P = \frac{\text{Диагональные элементы}}{\text{матрица исходов}}$$

$$P = \frac{C_4^3}{C_{10}^3}$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Диагональ

$$P = \frac{C_4^3}{C_{10}^3}$$

Исходы всего 10.9.8

Событие A: 1.2.1 = 2 исхода

$$P = \frac{3!(4-3)!}{10!} =$$

Вероятность события перекрест

B =

$$P = \frac{\text{Диагональные}}{\text{все}}$$

$$P = \frac{4}{10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{4}{720} = \frac{1}{180}$$

$$\text{все} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \text{ вариантов}$$

$$\text{дигональные} = 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \text{ варианта}$$

↓ ↓ ↓
B 0 1

$$\text{Итого } P = \frac{2}{720} = \frac{1}{360}$$

Дополнительный рабочий лист
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата "3" сентября 2025 г.
(заполняется участником)

Шифр ИСТН-3
(заполняется участником)

✓ 2

$$((K \rightarrow L \& N) \rightarrow (L \rightarrow M)) \vee$$

$$\vee ((\neg K \vee L \vee N) \& (L \& \neg M)) \& (K \vee N) = 1$$

K L M N f(K L M N)

0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
✓ 0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Ответ: 3 решения

K	L	M	N
0	0	0	1
1	0	0	1
1	0	1	0

✓

$$A - \lambda_2 E = 0$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1-3 & -4 & 4 & 0 \\ -3 & -5-3 & 3 & 0 \\ -5 & -10 & 8-3 & 0 \end{array} \right) = \sqrt{}$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 4x_2 + 4 = 0 \\ -3x_1 - 8x_2 + 3 = 0 \\ -5x_1 - 10x_2 + 5 = 0 \end{cases}$$

$$A - \lambda_3 E = 0$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1-1 & -4 & 4 & 0 \\ -3 & -5-1 & 3 & 0 \\ -5 & -10 & 8-1 & 0 \end{array} \right) = \sqrt{}$$

$$\begin{cases} -2x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 0 \\ -3x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 0 \\ -5x_1 - 10x_2 + 7x_3 = 0 \end{cases}$$

$$C = \begin{pmatrix} x_1 & x_1 & x_1 \\ x_2 & x_2 & x_2 \\ x_3 & x_3 & x_3 \end{pmatrix} \text{ (матрица из уравнений)}$$

Ответ: матрица гарантированности

$$\Delta = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$