

**Казанский (Приволжский) федеральный университет**  
**Олимпиада для поступающих в магистратуру**

Место штампа

**Рабочий лист №1**

Дата "05" февраля 2025 г.  
(заполняется оргкомитетом)

Шифр 52-13  
(заполняется оргкомитетом)

**Оценка работы**

(таблица заполняется по итогам проверки работы членами жюри олимпиады)

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Итого (итоговый балл, подпись председателя жюри)
Балл	18	8	22	12	18	18										96
№ задания	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
Балл																

Магистратура

(название олимпиады, заполняется участником)

Бизнес-информатика

(профиль олимпиады, заполняется участником)

Задача 5

$$x_1 = 2 \Rightarrow x_2 = \frac{2}{1-2} = \frac{2}{-1} = -2 \Rightarrow x_3 = \frac{-2}{1-(-2)} = \frac{-2}{3} \Rightarrow x_4 = \frac{-2/3}{1-(-2/3)} = \frac{-2/3}{5/3} = -\frac{2}{5}$$

$$x_5 = \frac{-2/5}{1-(-2/5)} = \frac{-2/5}{7/5} = -\frac{2}{7} \quad \text{Видно, что с 3 шага появилась}$$

индукция, т.к. видно  $\frac{-2/4}{1+2/4} = \frac{-2/4}{(2+4)/4} = \frac{-2}{2+4}$ . Знаменатель с каждым шагом растет на 2.

Т.е. начиная с  $n=2$   $x_n$  можно представить в виде  $x_n = \frac{-2}{2n-3}$ .

Проверка:  $x_2 = \frac{-2}{2 \cdot 2 - 3} = \frac{-2}{4-3} = \frac{-2}{1} = -2$   $x_3 = \frac{-2}{3 \cdot 2 - 3} = \frac{-2}{6-3} = \frac{-2}{3}$   $x_4 = \frac{-2}{4 \cdot 2 - 3} = \frac{-2}{8-3} = -\frac{2}{5}$  Индукция верна. Значит

$$x_{2025} = \frac{-2}{2 \cdot 2025 - 3} = \frac{-2}{4047}$$

Ответ:  $x_{2025} = \frac{-2}{4047}$

Задача 6

См. на обороте

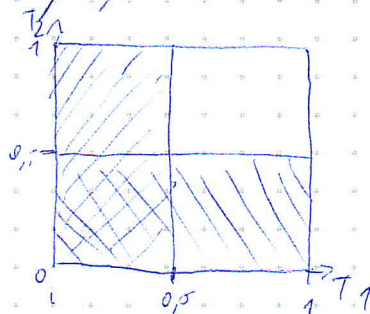
также  $2^k$  в двоичной (бинарной) системе исчисления, представляется  
 число  $100 \dots 00$  <sup>k нулей</sup>  $\Rightarrow$   $t$  делится на  $2^k$ , если двоичное представ-  
 ление  $t$  заканчивается k нулями (k нулей справа), а на осно-  
 вании  $\Phi$ , оно 100% надежное. (++)

```
#include <iostream>
using namespace std;
```

```
int main()
{
    string t; int k;
    cin >> t >> k;
    int L = t.length(); // длина строки
    if (L < k) cout << "No";
    else
    {
for
        bool f = true;
        for (int i = 0; i < k; i++)
            if (t[L-1-i] != '0') f = false; // не все 0
        if (f) cout << "Yes";
        else cout << "No";
    }
}
```

### Задача 3

Т.к. нам необходимо, чтоб все работы завершили за 1,5 часа  
 и что последние работы выполнялись одновременно работами  
 за час, надо, чтоб хотя бы 1 работа выполнялась в осно-  
 вную работу за  $1,5 - 1 = 0,5$  час. Т.к. равномерно выполнен  
 работами равномерно распределены ее можно представить в виде  
 графиков



/// - выполнит что  $T_1$  будет меньше за 0,5 ч

\\ - выполнит что  $T_2$  будет меньше за 0,5 ч.

Суммарно выполнит будет  $3/4 = 0,75$

( $1 - P(\text{оба не учени}) = 1 - (1 - 0,5) \cdot (1 - 0,5) = 1 - 0,25 = 0,75$ )

Ответ: 0,75

Продолжение на листе 2



Дополнительный рабочий лист  
(без рабочего листа №1 недействителен)

Дата "05" февраля 20\_\_ г.  
(заполняется участником)

Шифр БИ-13  
(заполняется участником)

Задача 4

Обозначим  $x$  - величина изначальной взвеси,  $p$  - процент

I	дан $x$	процент $x \cdot p$	Известно, что $x \cdot p + x \cdot (1+p) \cdot p = 720 \text{ т.р.}$
II	$x \cdot (1+p)$	$x \cdot (1+p) \cdot p$	$x \cdot (1+p)^2 \cdot p = 500 \text{ т.р.}$
III	$x \cdot (1+p)^2$	$x \cdot (1+p)^2 \cdot p$	Поделим на друг на друга

$$\frac{x \cdot p \cdot (2+p)}{x \cdot p \cdot (1+p)^2} = \frac{720 \text{ т.р.}}{500 \text{ т.р.}}, \text{ л.з сократим на } x \cdot p \text{ п.з на } 20 \text{ т.р.} \Rightarrow$$

$$\frac{2+p}{(1+p)^2} = \frac{36}{25} \Rightarrow 36 + 72p + 36p^2 = 50 + 25p \Rightarrow 36p^2 + 47p - 14 = 0$$

$$p = \frac{-47 \pm \sqrt{47^2 + 4 \cdot 36 \cdot 14}}{2 \cdot 36} = \frac{-47 \pm 65}{72} = 0,25 \text{ т.к. } p > 0$$

Найдём  $x$  из второго уравнения  $x \cdot (1+p)^2 \cdot p = 500 \text{ т.} \Rightarrow$

$$x \cdot (1,25)^2 \cdot 0,25 = 500 \Rightarrow x = \frac{2000 \text{ т.р.}}{5^2} \cdot 4^2 = 1280 \text{ т.р.} \leftarrow \text{изначально}$$

За 3 года величина <sup>дан</sup> увеличится до  $x \cdot (1+p)^3 = 1280 \text{ т.р.} \cdot (1,25)^3 = 2500 \text{ т.р.}$  <sup>ещё 3 года</sup>

Задача 2

~~Ничего не решать~~

Чтобы иметь конкретные значения для ответа. Следует учесть, что вопрос может быть только сложным (1 ответ), либо только простым (3 ответа), или 7 вопросов, на которые ответить либо 0 или 2, получается неограниченное число вариантов ответа. (см. на обороте)

Обозначим число  $x$  - число <sup>вопросов</sup> вопросов, на которые ответил один студент, а  $y$  - количество <sup>вопросов</sup> простых. получаем систему

$$\begin{cases} x+y=60 \\ 3x+y=100 \end{cases}$$


<sup>каждый</sup> ~~то~~ простых вопросов для всех одинаково, т.к. они все на них ответили.

$\Rightarrow 2x=40 \Rightarrow x=20 \Rightarrow y=40$  <sup>проста  $\Rightarrow 60$  элементов  $60-40$</sup>   $y-x=20$  Ответ:  $\boxed{20}$

Этот заданье решается, если не 7 вопросов, на которые не ответили. Например, все студент ответил на первые 60 вопросов, а на остальные не  $\Rightarrow 60$  простых 0-элементов и 40-переменных.

Итак  $\rightarrow$  Если работаем со значениями 40 с 3 ответами и 60 с <sup>одним</sup> ~~одним~~ ответом, то, если, один ответ не на изначально простых а на изначально <sup>1 прост 5 прост</sup> ~~элемент~~ <sup>элемент</sup>, то  $\Rightarrow 38$  с 3 элементами, 2 с двумя ответами  $\left( \begin{smallmatrix} 30 \text{ пр} \\ 2 \end{smallmatrix} \right)$  и 58 с 1 ответом.  $\Rightarrow$  разницы не изменился  $58-38=\boxed{20}$  Ответ:  $\boxed{20}$

Задаче 1 Точнее. Пусть <sup>неразрывная</sup> ~~неразрывная~~ <sup>прямая</sup> ~~прямая~~ <sup>от точки</sup> ~~от точки~~ <sup>параллельно</sup> ~~параллельно~~ <sup>проведен</sup> ~~проведен~~ <sup>по средней линии</sup> ~~по средней линии~~

Надо найти минимальную высоту <sup>и точки к противоположной</sup> ~~и точки к противоположной~~ <sup>стороне</sup> ~~стороне~~ и поделить на 2.  $h_a$  - высота, проведенная к стороне 

$h_a = \frac{2S}{a}$  <sup>а  $a$  - сторона</sup>  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , где  $p$  - полупериметр.  $p = \frac{7+12+10}{2} = 15$

$\Rightarrow S = \sqrt{15 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8} = 20\sqrt{3}$   $\Rightarrow h \rightarrow \min$ , когда  $a \rightarrow \max$  (самая маленькая высота проведена к самой длинной стороне)

$\Rightarrow$  Надо провести высоту к самой длинной стороне ( $AB=13$ )

$h_1 = \frac{20\sqrt{3}}{13} \Rightarrow h = \frac{h_a}{2} = \boxed{\frac{20\sqrt{3}}{13}}$  Ответ: