**Казанский (Приволжский) федеральный университет**

**Олимпиада "МагистриУм"**

**2024-2025 учебный год**

**Институт вычислительной математики и информационных технологий**

**Профиль: "Информационные системы и технологии"**

**Задание 1 (15 баллов)**

Выяснить, существует ли для матрицы $А=\left( \begin{matrix}-1&-4&4\\-3&-5&3\\-5&-10&8\end{matrix}\right)$ представление $А=С⋅Λ⋅С^{-1}$ с диагональной матрицей $Λ$ (т.е. диагонализуется ли матрица А)? Если существует, то найти С и $Λ$.

**Задание 2 (15 баллов)**

Задача по алгебре логики.

Сколько решений имеет уравнение и указать значения переменных для каждого решения (если их несколько)?

(((K&¬L&¬N)&(¬L → M)) **\/** ((¬K **\/** L **\/** N)&(¬L&¬M)))&(K **\/** N)=1

**Задание 3 (20 баллов)**

Задача по теории графов.

На острове в колониях живут разумные муравьи. Колонии состоят из ячеек, которые муравьи строят из палочек. В одной ячейке живет один муравей. Ячейка построена из трех палочек. Палочки соединяются между собой, причем соединять можно только концы палочек. Сколько палочек нужно для построения колонии и сколько муравьев живет в ней, если колония имеет 1200 мест соединения палочек, а снаружи ограничена 500 палочек?

**Задание 4 (15 баллов)**

Задача по теории вероятности.

На семи карточках написаны буквы, образующие слово “СОЛОВЕЙ”. Карточки перемешивают и из них наугад последовательно извлекают и выкладывают слева направо три карточки. Найдите вероятность того, что получится слово “ВОЛ” (событие А).

**Задание 5 (15 баллов)**

Задача по базам данных.

Пусть имеется бинарное дерево. Узел, находящийся на самом верхнем уровне (не имеющий родителя), называется корнем. Узлы, не имеющие потомков, называются листьями. Если узел не является ни корнем, ни листом, то называется внутренним. Пример бинарного дерева:



Бинарное дерево можем представить в виде таблицы, которая состоит из двух столбцов: Узел и Родитель.

Таблица1

|  |  |
| --- | --- |
| **Узел** | **Родитель** |
| 2 | 3 |
| 4 | 3 |
| 5 | 7 |
| 8 | 7 |
| 3 | 6 |
| 7 | 6 |
| 6 | NULL |

Задача. Необходимо написать SQL-запрос к таблице, представляющей бинарное дерево, который возвращает упорядоченную последовательность, состоящую из номера и типа узла.

Для приведенного выше дерева SQL-запрос должен выдать последовательность:

2 Лист

3 Внутренний

4 Лист

5 Лист

6 Корень

7 Внутренний

8 Лист

**Задание 6 (20 баллов)**

Задача по программированию.

Написать программу, которая создает и заполняет квадратную матрицу порядка **N** по спирали по часовой стрелке начиная с левого верхнего угла. Программа должна записать заполненную матрицу в текстовый файл.

Можно использовать любой язык программирования.

**Входные данные:** **N –** порядок матрицы.

**Выходные данные**: матрица порядка **N**.

Пример матрицы, полученной в результате выполнения программы для **N**=7.

