

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего**  
**образования**  
**"Казанский (Приволжский) федеральный университет"**

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор –  
проректор по научной деятельности

\_\_\_\_\_ Д.А. Таюрский  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2025 г.



**Программа вступительного испытания по специальности**

**Уровень высшего образования:** подготовка кадров высшей квалификации

**Тип образовательной программы:** программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

**Научная специальность:** 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

**Форма обучения:** очная

### **Общие указания**

Программа вступительного испытания в аспирантуру по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика предназначена для лиц, желающим проходить обучение в Федеральном государственном автономном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

В программу описываются порядок проведения вступительного испытания, критерии оценивания, приведен список вопросов программы, описано учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы.

### **Порядок проведения вступительных испытаний**

Вступительное испытание проводится в форме экзамена на основе билетов. В каждом экзаменационном билете по 2 вопроса. Экзамен проходит в письменной форме. Подготовка к ответу составляет 1 академический час (60 минут) без перерыва с момента раздачи билетов. Задания оцениваются от 0 до 100 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

### **Критерии оценивания**

Оценка поступающему за письменную работу выставляется в соответствии со следующими критериями.

#### **Отлично (80-100 баллов)**

Поступающий обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание материала, умение свободно выполнять задания, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной данной программой, усвоил взаимосвязь основных понятий дифференциальных уравнений и математической физики в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

#### **Хорошо (60-79 баллов)**

Поступающий обнаружил полное знание вопросов теории дифференциальных уравнений и математической физики, успешно выполнил предусмотренные тестовые задания, показал систематический характер знаний по теории дифференциальных уравнений и математической физике и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

#### **Удовлетворительно (40-59 баллов)**

Поступающий обнаружил знание основ теории дифференциальных уравнений и математической физики в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением тестовых заданий, знаком с основной литературой, рекомендованной данной программой, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

#### **Неудовлетворительно (менее 40 баллов)**

Поступающий обнаружил значительные пробелы в знаниях основ теории дифференциальных уравнений и математической физики, допустил принципиальные ошибки в выполнении тестовых заданий и не способен продолжить обучение по направлению «Дифференциальных уравнений и математической физики».

## **Вопросы программы вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности**

### **1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика**

1. Предел числовой последовательности и функции; критерий Коши существования предела. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; свойства функций, заданных на отрезке.

2. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; формула Тейлора. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций правила Лопиталя.

3. Неопределенный и определенный интеграл, формула Ньютона – Лейбница. Основные приемы интегрирования.

4. Функции многих переменных: пределы, непрерывность; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; дифференцирование сложных функций; условный экстремум; теорема о неявном отображении.

5. Числовые ряды: критерий Коши; признаки сходимости; абсолютная и условная сходимость; теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды: теоремы о предельном переходе; о непрерывности, по членном интегрировании и дифференцировании.

6. Степенные ряды, формула Коши – Адамара; непрерывность суммы степенного ряда; по членное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

7. Несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; ряд Фурье и интеграл Фурье, преобразование Фурье.

8. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности, замена переменных в кратном интеграле; несобственные кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

9. Системы линейных уравнений, ранг матрицы; определители, их свойства. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы.

10. Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра.

11. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; понятие о жордановой нормальной форме. Евклидовы векторные пространства, ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные матрицы; линейный оператор, сопряженный к данному, приведение квадратичной формы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них.

12. Аффинные и евклидовы аффинные пространства. Движения евклидова пространства; классификация движений трехмерного пространства; группа невырожденных аффинных преобразований и группа движений.

13. Векторы: скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая линия и плоскость. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Поверхности второго порядка: эллипсоид; гиперболоид; параболоид; цилиндр; конические сечения.

14. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейное уравнение.

15. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения).

16. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.

17. Уравнения в частных производных. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Общие понятия об уравнениях математической физики и их связи с физическими задачами. Классификация уравнений математической физики.

18. Задачи Коши, Дирихле и Неймана для уравнений математической физики.

19. Методы решения основных задач математической физики. Метод разделения переменных – метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Задача об охлаждении пластины.

20. Основные системы компьютерной математики (СКМ) и их свойства. Общие действия над числами и выражениями. Приближенное вычисление.

21. Решение линейных и нелинейных алгебраических уравнений в СКМ. Задание упорядоченных и неупорядоченных списков, работа с ними. Подстановки и упрощения, конвертирование.

22. Графики кривых и поверхностей, заданных явно и параметрически. Основные опции двумерной и трехмерной графики. Графики нескольких функций. Объединение графиков на одном рисунке.

23. Вычисления с векторами и матрицами. Основные векторные операции в СКМ и операции с матрицами. Решение матричных уравнений.

24. Вычисление кратных производных функций одной и нескольких переменных в СКМ.

Разложение в ряд Тейлора функций одной переменной.

25. Вычисление сумм и рядов в СКМ. Вычислений пределов функций и функциональных рядов.

24. Вычисление неопределенных и определенных интегралов в СКМ.

26. Задание и общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений в СКМ. Решение задачи Коши в СКМ. Визуализация решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем в СКМ.

27. Численное решение задачи Коши для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений в СКМ, визуализация решения.

28. Основные элементы документа в пакете LaTeX. Структурирование TEX-документа.

29. Типы математических выражений в LaTeX и способы их форматирования.

30. Таблицы в LaTeX.

31. Импорт графики в LaTeX.

**Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы  
вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности 1.1.2  
Дифференциальные уравнения и математическая физика**

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учебное пособие для вузов: в 10 т. Том 2. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц; под. ред. Л.П. Питаевского. – 9-е изд., стер. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2018. – 508 с. – ISBN 978-5-9221-1568-1. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1223533> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: по подписке.
2. Бесов, О. В. Лекции по математическому анализу: учебник / О. В. Бесов. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2016. – 480 с. — ISBN 978-5-9221-1665-7. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/91150> (дата обращения: 02.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Дубровин, В. Т. Лекции по математическому анализу: учебное пособие / В. Т. Дубровин. – Казань: КФУ, [б. г.]. – Часть 2. – 2016. – 140 с. – ISBN 978-5-00019-575-8. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/73544> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Кузнецова, О. С. Математический анализ. Сборник задач и решений с применением системы Maple: учебное пособие / О.С. Кузнецова, М.Н. Кирсанов. – Москва: ИНФРА-М, 2021. – 375 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/1160964. – ISBN 978-5-16-016476-2. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1160964> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: по подписке.
5. Дьяконов, В. П. Maple 9.5/10/11 в математике, физике и образовании [Электронный ресурс] / В. П. Дьяконов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: СОЛОН-ПРЕСС, 2010. – 752 с.: ил. – (Серия «Библиотека профессионала»). – ISBN 978-5-94074-501-3. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/408082> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: по подписке.
6. Кирсанов, М. Н. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple: учебное пособие / М.Н. Кирсанов, О.С. Кузнецова. – Москва: ИНФРА-М, 2021. – 272 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – DOI 10.12737/20873. – ISBN 978-5-16-012325-7. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1194140> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: по подписке.
7. Львовский, С. М. Работа в системе LaTeX: учебное пособие / С. М. Львовский. – 2-е изд. – Москва: ИНТУИТ, 2016. – 534 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/100443> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
8. Макаров, Е. М. Линейные и аффинные пространства в компьютерной геометрии: учебно-методическое пособие / Е. М. Макаров. – Нижний Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2019. – 36 с. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/144701> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
9. Треногин, В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник / В. А. Треногин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 312 с. – ISBN 978-5-9221-1063-1. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/2341> (дата обращения: 16.03.2022). – Режим доступа: для авториз. пользователей.
10. Пантелеева, А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс: учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. – Москва: 2020. – 384 с. – (Новая университетская библиотека). – ISBN 978-5-98704-465-0. – Текст: электронный. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1213064> (дата обращения: 16.03.2022). – Режим доступа: по подписке.
11. Ильин, А. М. Уравнения математической физики: учебное пособие / А. М. Ильин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 192 с. – ISBN 978-5-9221-1036-5. – Текст: электронный // Лань:

электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/2181> (дата обращения: 16.03.2022). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

12. Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 280 с. – ISBN 978-5-8114-9441-5. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/195426> (дата обращения: 16.03.2022). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

Программа вступительного испытания в аспирантуру составлена в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика.