

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»
Набережночелнинский институт

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по
образовательной деятельности

Е.А. Турилова

«28» октября 2024 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

**Лист согласования программы вступительного испытания по
прикладной математике**

Разработчик программы:
Доцент кафедры математики

Зайц-

Ж.И. Зайцева

Председатель экзаменационной комиссии
Доцент кафедры математики

Зайц-

Ж.И. Зайцева

Программа вступительного испытания обсуждена и одобрена на заседании кафедры математики Набережночелнинского института, Протокол №8 от «02» октября 2024г.

Решением Учебно-методической комиссии Набережночелнинского института программа вступительного испытания рекомендована к утверждению Ученым советом, Протокол № 9 от «16» октября 2024 г.

Программа вступительного испытания утверждена на заседании Ученого совета Набережночелнинского института, Протокол №17 от «23» октября 2024г.

Содержание

Раздел I. Вводная часть

- 1.1 Цель и задачи вступительных испытаний
- 1.2 Общие требования к организации вступительных испытаний
- 1.3 Описание формы проведения вступительных испытаний
- 1.4 Продолжительность вступительных испытаний в минутах
- 1.5 Структура вступительных испытаний

Раздел II. Содержание программы

Раздел III. Фонд оценочных средств

- 3.1. Инструкция по выполнению работы
- 3.2. Примерные задания

Раздел IV. Список литературы

Раздел I. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

1.1 Цель и задачи вступительных испытаний

Вступительное испытание по прикладной математике является профессионально ориентированным вступительным испытанием для лиц, имеющих диплом государственного образца о среднем профессиональном образовании.

Вступительное испытание направлено на выявление степени готовности абитуриентов к освоению образовательных программ высшего образования – программ бакалавриата, специалитета, реализуемых в институте.

1.2 Общие требования к организации вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится с возможностью применения дистанционных технологий: <https://admissions.kpfu.ru/priem-v-universitet/distance-vstupitelnye-ispytaniya-bakalavriat/specialitet>.

Испытание проходит в сроки, установленные приёмной комиссией.

Результаты вступительного испытания оцениваются по 100-балльной шкале согласно системе оценивания. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания – 40 баллов.

Справочные материалы и калькулятор не предусмотрены. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

1.3 Описание формы проведения вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится в форме тестирования с заданиями, требующими развёрнутого ответа.

1.4 Продолжительность вступительных испытаний в минутах

На вступительное испытание отводится 180 минут.

1.5 Структура вступительных испытаний

Вступительное испытание состоит из следующих разделов:

1. Преобразования выражений.
2. Уравнения и неравенства.
3. Функции.
4. Геометрия.
5. Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики.

Раздел II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

1. Преобразования выражений.

Тема 1. Основы теории чисел.

Числа, корни и степени, целые числа, степень с натуральным показателем, дроби, проценты, рациональные числа, степень с целым показателем, корень степени $n > 1$ и его свойства, степень с рациональным показателем и ее свойства, свойства степени с действительным показателем, модуль (абсолютная величина) числа. Преобразования выражений, включающих арифметические операции; преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень; преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.

Тема 2. Основы тригонометрии.

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла, радианная мера угла, синус, косинус, тангенс и котангенс числа, основные тригонометрические тождества, формулы приведения, синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов, синус и косинус двойного угла. Преобразования тригонометрических выражений.

Тема 3. Логарифмы.

Логарифм числа, логарифм произведения, частного, степени, десятичный и натуральный логарифмы, число e . Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования.

2. Уравнения и неравенства.

Тема 1. Уравнения.

Квадратные уравнения; рациональные уравнения; иррациональные уравнения; тригонометрические уравнения; показательные уравнения; логарифмические уравнения; равносильность уравнений, систем уравнений; простейшие системы уравнений с двумя неизвестными; основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных; использование свойств и графиков функций при решении уравнений; изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем; применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики; интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Тема 2. Неравенства.

Квадратные неравенства; рациональные неравенства; показательные неравенства; логарифмические неравенства; системы линейных неравенств;

системы неравенств с одной переменной; равносильность неравенств, систем неравенств; использование свойств и графиков функций при решении неравенств; метод интервалов; изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

3. Функции.

Тема 1. Определение и график функции.

Функция, область определения функции; множество значений функции; график функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях; обратная функция. График обратной функции; преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

Тема 2. Элементарное исследование функций.

Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания; четность и нечетность функции; периодичность функции; ограниченность функции; точки экстремума (локального максимума и минимума) функции; наибольшее и наименьшее значения функции.

Тема 3. Основные элементарные функции.

Линейная функция, ее график; функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график; квадратичная функция, ее график; степенная функция с натуральным показателем, ее график; тригонометрические функции, их графики; показательная функция, ее график; логарифмическая функция, ее график.

Тема 4. Производная.

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной; физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком; уравнение касательной к графику функции; производные суммы, разности, произведения, частного; производные основных элементарных функций; вторая производная и ее физический смысл.

Тема 5. Исследование функций.

Применение производной к исследованию функций и построению графиков; примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе инженерно-технических и социально-экономических, задачах.

Тема 6. Первообразная и интеграл.

Первообразные элементарных функций; примеры применения интеграла в физике и геометрии.

4. Геометрия.

Тема 1. Планиметрия.

Треугольник; параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат; трапеция; окружность и круг; окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника; многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника; правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

Тема 2. Прямые и плоскости в пространстве.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых; параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства; параллельность плоскостей, признаки и свойства; перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах; перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства; параллельное проектирование.

Тема 3. Многогранники.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма; параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде; пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида; сечения куба, призмы, пирамиды; представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).

Тема 4. Тела и поверхности вращения.

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка; конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка; шар и сфера, их сечения.

Тема 5. Измерение геометрических величин.

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности; угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника; расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями; площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора; площадь

поверхности конуса, цилиндра, сферы; объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

Тема 6. Координаты и векторы.

Декартовы координаты на плоскости и в пространстве; формула расстояния между двумя точками; вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число; коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам; компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам; координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

5. Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики.

Тема 1. Элементы комбинаторики.

Поочередный и одновременный выбор; формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

Тема 2. Элементы теории вероятностей.

Вероятности событий; классическое определение вероятностей; формулы сложения и умножения вероятностей и их следствия; примеры использования вероятностей при решении прикладных задач.

Тема 3. Элементы статистики.

Табличное и графическое представление данных; числовые характеристики рядов данных; примеры использования статистики при решении прикладных задач.

Раздел III. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

3.1. Инструкция по выполнению работы

Вступительные испытания проводятся в даты и время, определённые утверждённым Расписанием консультаций и вступительных экзаменов (далее Расписание). Вступительное испытание проводится с возможностью применения дистанционных технологий: <https://admissions.kpfu.ru/priem-v-universitet/distancionnye-vstupitelnye-ispytaniya-bakalavriat/specialitet> . При очном участии испытания проходят в аудитории, указанной в Расписании.

При выполнении работы запрещается:

- допускать к сдаче вступительного испытания вместо себя третьих лиц;
- привлекать помощь третьих лиц;
- вести разговоры во время экзамена;
- использовать справочные материалы (книги, шпаргалки, записи), сотовые телефоны, пейджеры, калькуляторы, планшеты, микронаушники.

3.2. Примерные задания

Пример заданий вступительного испытания по прикладной математике

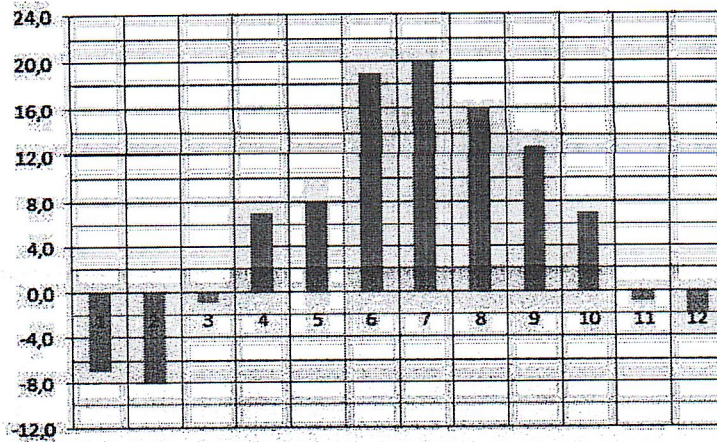
1. Укажите один правильный вариант ответа

Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

- а) 5
- б) 2
- в) 4
- г) 8

2. Укажите один правильный вариант ответа

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- а) -5
- б) -2
- в) -4
- г) -8

3. Укажите один правильный вариант ответа

В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

- а) 0,95
- б) 0,826
- в) 0,895
- г) 0,882
- д) 0,995

4. Укажите один правильный вариант ответа

Если автомобиль, имеющий скорость v_0 (м/с), осуществляет торможение с постоянным ускорением a (м/с²), $a < 0$, то время t (в секундах), прошедшее с момента начала торможения до момента полной остановки автомобиля, определяется формулой $t = \frac{v_0}{|a|}$. Какую наибольшую скорость мог иметь автомобиль, если при $a = -10$ м/с² время от начала торможения до полной остановки составило не более 3 секунд? Ответ дайте в км/ч.

- а) 100
- б) 108
- в) 118
- г) 180
- д) 181

5. Укажите один правильный вариант ответа

Решить неравенство $5^{x^2+5x+4} > \frac{1}{25}$.

а) $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$

б) $x \in (-1; 0) \cup (4; +\infty)$

в) $x \in (0; 4)$

г) $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

д) $x \in (-1; 4)$

6. Укажите один правильный вариант ответа

Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

а) -1

б) -2

в) -4

г) -5

7. Укажите один правильный вариант ответа

Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров. Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 4 и 1.

а) $\frac{48}{25}$

б) $\frac{25}{48}$

в) 25

г) 48

8. Укажите один правильный вариант ответа

В 8-литровой колбе находится смесь азота и кислорода, содержащая 32% кислорода. Из колбы выпустили некоторое количество смеси и добавили столько же азота, затем снова выпустили такое же, как и в первый раз, количество новой смеси и добавили столько же азота. В итоге процентное содержание кислорода в смеси составило 12,5%. Сколько литров смеси выпускали каждый раз?

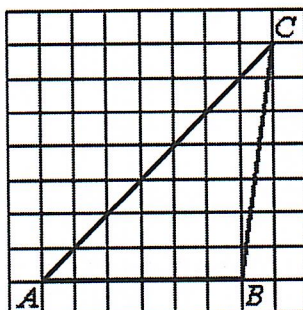
- а) 1
- б) 2
- в) 3
- г) 4
- д) 5

9. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби

Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

10. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.



11. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби

Найти значение выражения $\sqrt{75} \cos^2 \frac{7\pi}{12} - \sqrt{75} \sin^2 \frac{7\pi}{12}$.

12. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби

Цилиндр, объем которого равен 69, описан около шара. Найдите объем шара.

13. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби

Найдите корень уравнения или произведение всех его корней, если их несколько: $\sqrt{3x^2 - x - 2} = x - 1$.

14. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби

Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{-35 + 12x - x^2}$.

15. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби

а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{4}\right)^{\cos x} = 2^{\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right)}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$

В ответе запишите сумму корней из пункта б) деленную на π .

16. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби

Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трёх попыток.

17. Запишите подробное решение.

Решите неравенство: $\frac{\log_2 x}{\log_2 x - 6} \geq 10 \cdot \log_x 2 + \frac{35}{\log_2^2 x - 6 \cdot \log_2 x}$

18. Запишите подробное решение.

Точка E середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На ее боковой стороне AB взята точка K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки CK и BE пересекаются в точке O . Найдите отношение оснований трапеции $BC:AD$, если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{64}$ площади всей трапеции $ABCD$.

19. Запишите подробное решение.

В июле 2022 года планировалось взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

—каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

—с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за 3 года) и сумма платежей превосходит взятую в банке сумму на 156060 рублей?

20. Запишите подробное решение.

Найти все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

Раздел IV. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И.. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».
2. Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Ткачева М.В. и др. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».
3. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».
4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). Изд-во «Просвещение».
5. Погорелов А.В. Геометрия (базовый и профильный уровни). Изд-во «Просвещение».
6. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия (профильный уровень). Изд-во «Дрофа».