

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего**  
**образования**  
**"Казанский (Приволжский) федеральный университет"**

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор –  
проректор по научной деятельности

  
Д.А. Таюрский

« 30 \_\_\_\_\_ 2023 г.



**Программа вступительного испытания по специальности**

**Уровень высшего образования:** подготовка кадров высшей квалификации

**Тип образовательной программы:** программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

**Научная специальность:** 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Форма обучения:** очная

### **Общие указания.**

Программа вступительного испытания в аспирантуру по специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ предназначена для лиц, желающих проходить обучение в Федеральном государственном автономном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

В программу описываются порядок проведения вступительного испытания, критерии оценивания, приведен список вопросов программы, описано учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы.

### **Порядок проведения вступительных испытаний.**

Вступительное испытание проводится в форме экзамена на основе билетов. В каждом экзаменационном билете по 2 вопроса. Экзамен проходит в письменной форме. Подготовка к ответу составляет 1 академический час (60 минут) без перерыва с момента раздачи билетов. Задания оцениваются от 0 до 100 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

### **Критерии оценивания**

Оценка поступающему за письменную работу выставляется в соответствии со следующими критериями.

#### **Отлично (80-100 баллов)**

Поступающий обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание материала, умение свободно выполнять задания, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной данной программой.

#### **Хорошо (60-79 баллов)**

Поступающий обнаружил полное знание вопросов задач анализа и алгебры и систем компьютерной математики, успешно выполнил задания, показал систематический характер знаний по вопросам задач анализа и алгебры и систем компьютерной математики и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

#### **Удовлетворительно (40-59 баллов)**

Поступающий обнаружил знание задач анализа и алгебры и систем компьютерной математики в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, знаком с основной литературой, рекомендованной данной программой, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

#### **Неудовлетворительно (менее 40 баллов)**

Поступающий обнаружил значительные пробелы в знаниях задач анализа и алгебры и систем компьютерной математики, допустил принципиальные ошибки в выполнении заданий и не способен продолжить обучение по данному направлению.

**Вопросы программы вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

**Раздел 1. Задачи анализа и алгебры.**

1. Предел числовой последовательности и функции; критерии Коши существования предела. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; свойства функций, заданных на отрезке.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; формула Тейлора. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций правила Лопиталья.
3. Неопределенный и определенный интеграл, формула Ньютона-Лейбница. Основные приемы интегрирования.
4. Функции многих переменных: пределы, непрерывность; дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению; дифференцирование сложных функций, условный экстремум; теорема о неявном отображении.
5. Числовые ряды: критерий Коши; признаки сходимости; абсолютная и условная сходимость; теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды: теоремы о предельном переходе; о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании.
6. Степенные ряды, формула Коши-Адамара; непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
7. Необоснованные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; ряд Фурье и интеграл Фурье, преобразование Фурье.
8. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности, замена переменных в кратном интеграле; необоснованные кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.
9. Системы линейных уравнений, ранг матрицы; определители, их свойства. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы.
10. Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра.
11. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; понятие о жордановой нормальной форме. Евклидовы векторные пространства, ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные матрицы; линейный оператор, сопряженный к данному, приведение квадратичной формы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них.
12. Аффинные и евклидовы аффинные пространства. Движения евклидова пространства; классификация движений трехмерного пространства; группа невырожденных аффинных преобразований и группа движений.

13. Векторы: скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая линия и плоскость. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Поверхности второго порядка: эллипсоид; гиперболоид; параболоид; цилиндр; конические сечения.
14. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейное уравнение.
15. Задача Коши: теорема существования и единственного решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения).
16. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.
17. Уравнения в частных производных. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Общие понятия об уравнениях математической физики и их связи с физическими задачами. Классификация уравнений математической физики.
18. Задачи Коши, Дирихле и Неймана для уравнений математической физики.
19. Методы решения основных задач математической физики. Метод разделения переменных – метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Задача об охлаждении пластины.

## **Раздел 2. Системы компьютерной математики.**

1. Основные системы компьютерной математики (СКМ) и их свойства. Общие действия над числами и выражениями. Приближенное вычисление.
2. Решение линейных и нелинейных алгебраических уравнений в СКМ. Задание упорядоченных и неупорядоченных списков, работа с ними. Подстановки и упрощения, конвертирование.
3. Графики кривых и поверхностей, заданных явно и параметрически. Основные опции двумерной и трехмерной графики. Графики нескольких функций. Объединение графиков на одном рисунке.
4. Вычисление с векторами и матрицами. Основные векторные операции в СКМ и операции с матрицами. Решение матричных уравнений.
5. Вычисление кратных производных функций одной и нескольких переменных в СКМ. Разложение в ряд Тейлора функций одной переменной.
6. Вычисление сумм и рядов в СКМ. Вычислений пределов функций и функциональных рядов.
7. Задание и общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений в СКМ. Решение задачи Коши в СКМ. Визуализация решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем в СКМ.
8. Численное решение задачи Коши для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений в СКМ, визуализация решения.
9. Основные элементы документа в пакете LaTeX. Структурирование TEX-документа.
10. Типы математических выражений в LaTeX и способы их форматирования.
11. Таблицы в LaTeX.
12. Импорт графики в LaTeX.

**Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы  
вступительного испытания в аспирантуру по научной специальности 1.2.2  
Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

1. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Математика. М.: Едиториал УРСС, 2000.- 320 с.
2. Л.Д. Кудрявцев, Курс математического анализа: учебник для студентов вузов, обучающихся по естественнонаучным и техническим направлениям и специальностям: [В 3т.] - Издание 5-е, перераб. И доп.- М.: Дрофа, 2003. Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисление одной переменной. -2003.- 702 с.
3. А.В.Пантелеев, А.С.Якимова, А.В.Босов. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.:Вузовская книга. -2012.-188 с.
4. С.Б. Кадомцев. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2011.-168 с.
5. А.С. Бортаковский, А.В. Пантелеев. Практический курс линейной алгебры и аналитической геометрии (+CD-ROM). М.: Университетская книга, Логос. Серия: Новая университетская библиотека. - 2008.- 328 с.
6. В.П. Дьяконов. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. - М.: СОЛОН-Пресс. -2006-720 с.
7. А.В. Матросов. Maple 6 решение задач высшей математики и механики. «Питер», 2001, СПб. - 528
8. В.П. Дьяконов. Mathematica 5/6/7. Полное руководство.-М.: ДМК Пресс. -2009.-624 с.
9. В.П. Дьяконов. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. - Москва: ДМК Пресс- 2011.-800 с.
10. И. Котельников, П. Чеботарев. LaTeX2e по-русски. Новосибирск: Сибирский хронограф.-2004.-496 с.