

Казанский (Приволжский) федеральный университет

Олимпиада «МагистриУм»

2022-2023 уч. год

Институт вычислительной математики и информационных технологий

Направление: «Прикладная математика»

Задача 1 (20 баллов). Пусть функция f непрерывна на всей числовой прямой и принимает только рациональные значения, причем $f(\pi) = 2$. Чему равно $f(\pi^2)$?

Задача 2 (20 баллов). Вычислить интеграл $I = \iiint_W \frac{x+y}{x+y+z} dx dy dz$, где W – шар $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$

Задача 3 (20 баллов). Ненулевые матрицы A и B имеют размер $n \times n$, $n \geq 2$. Известно, что $ABA = A$, следует ли отсюда, что $BAB = B$?

Задание 4 (20 баллов). Вычислить $\det(A^{2022} + A^{2023})$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задача 5 (20 баллов). Известно, что $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} = 1.7725\dots$, где $e = 2.71828\dots$ – основание натурального логарифма. Вычислите значение интеграла $I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} e^{-1/x^2} dx$. Результат нужно записать в виде числа с фиксированной точкой после его округления до двух знаков после точки.