

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Институт математики и механики им.Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности



Е.А. Турилова

2023 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
ПО АЛГЕБРЕ, ГЕОМЕТРИИ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА**

2023 г.

Лист согласования программы вступительного испытания

Разработчик программы:

Директор Института математики и механики им. Н.И.Лобачевского

Е.А.Турилова

Председатель экзаменационной комиссии

И.Б. Гарипов

Решением Учебно-методической комиссии Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского программа вступительного испытания рекомендована к утверждению Ученым советом, Протокол № 1 от «7» сентября 2023 г.

Программа вступительного испытания утверждена на заседании Ученого совета Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского, Протокол № 2 от «19» октября 2023г.

Алгебра

Числа, корни и степени, целые числа, степень с натуральным показателем, дроби, проценты, рациональные числа, степень с целым показателем, корень степени $n > 1$ и его свойства, степень с рациональным показателем и ее свойства, свойства степени с действительным показателем.

Основы тригонометрии

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла, радианная мера угла, синус, косинус, тангенс и котангенс числа, основные тригонометрические тождества, формулы приведения, синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов, синус и косинус двойного угла.

Логарифмы

Логарифм числа, логарифм произведения, частного, степени, десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования выражений

Преобразования выражений, включающих арифметические операции; преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень; преобразования выражений, включающих корни натуральной степени; преобразования тригонометрических выражений; преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования; модуль (абсолютная величина) числа.

Уравнения и неравенства

Уравнения

Квадратные уравнения; рациональные уравнения; иррациональные уравнения; тригонометрические уравнения; показательные уравнения; логарифмические уравнения; равносильность уравнений, систем уравнений; простейшие системы уравнений с двумя неизвестными; основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных; использование свойств и графиков функций при решении уравнений; изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем; применение математических

методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики; интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Неравенства

Квадратные неравенства; рациональные неравенства; показательные неравенства; логарифмические неравенства; системы линейных неравенств; системы неравенств с одной переменной; равносильность неравенств, систем неравенств; использование свойств и графиков функций при решении неравенств; метод интервалов; изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

Функции

Определение и график функции

Функция, область определения функции; множество значений функции; график функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях; обратная функция. График обратной функции; преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

Элементарное исследование функций

Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания; четность и нечетность функции; периодичность функции; ограниченность функции; точки экстремума (локального максимума и минимума) функции; наибольшее и наименьшее значения функции.

Основные элементарные функции

Линейная функция, ее график; функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график; квадратичная функция, ее график; степенная функция с натуральным показателем, ее график; тригонометрические функции, их графики; показательная функция, ее график; логарифмическая функция, ее график; начала математического анализа.

Производная

Понятие о производной функции, геометрический смысл производной; физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного

формулой или графиком; уравнение касательной к графику функции; производные суммы, разности, произведения, частного; производные основных элементарных функций; Вторая производная и ее физический смысл.

Исследование функций

Применение производной к исследованию функций и построению графиков; примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах.

Первообразная и интеграл

Первообразные элементарных функций; примеры применения интеграла в физике и геометрии.

Геометрия

Планиметрия

Треугольник; параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат; трапеция; окружность и круг; окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника; многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника; правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

Прямые и плоскости в пространстве

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых; параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства; параллельность плоскостей, признаки и свойства; перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах; перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства; параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

Многогранники

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма; параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде; пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида; сечения куба,

призмы, пирамиды; представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка; конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка; шар и сфера, их сечения.

Измерение геометрических величин

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности; угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника; расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями; площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора; площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы; объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

Координаты и векторы

Декартовы координаты на плоскости и в пространстве; формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы; вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число; коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам; компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам; координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами; элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

Элементы комбинаторики

Поочередный и одновременный выбор; формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

Элементы статистики

Табличное и графическое представление данных; числовые характеристики рядов данных.

Элементы теории вероятностей

Вероятности событий; примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач.

Требования (умения), проверяемые заданиями экзаменационной работы

Уметь выполнять вычисления и преобразования

- Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма

- Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования

- Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

- Уметь решать уравнения и неравенства

- Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы

- Решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод

- Решать рациональные, показательные и логарифмические неравенства, их системы

Уметь выполнять действия с функциями

- Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций

- Вычислять производные и первообразные элементарных функций

- Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

- Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)

- Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы

- Определять координаты точки; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами

Уметь строить и исследовать простейшие математические модели

- Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры

- Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин

- Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения

Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

- Анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах

- Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

Литература

1. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И.. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».
2. Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Ткачева М.В. и др. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».
3. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».
4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). Изд-во «Просвещение».
5. Погорелов А.В. Геометрия (базовый и профильный уровни). Изд-во «Просвещение».
6. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия (профильный уровень). Изд-во «Дрофа».
7. Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: Справочник для старшеклассников и поступающих в вузы. М.: АСТ-ПРЕСС ШКОЛА.
8. Кравцев С.В. и др. Методы решения задач по алгебре: от простых до самых сложных. М.: Изд-во «Экзамен».
9. Козко А.И., Чирский В.Г. Задачи с параметром и другие сложные задачи. М.: МЦНМО.
10. Колесникова С.И. Математика. Решение сложных задач Единого государственного экзамена. М.: Айрис-пресс.
11. П.Шарыгин И.Ф. Математика для поступающих в вузы: учебное пособие. М.: Изд-во «Дрофа».
12. Прасолов В.В., Шарыгин И.Ф. Задачи по стереометрии. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.
13. Изучение сложных тем курса алгебры в средней школе: Учебно-методические материалы по математике / под. редакцией Фальке Л.Я.- М.: Илекса; Ставрополь: Сервисшкола, 2002

14. Тригонометрические функции, уравнения и неравенства: учебное пособие. Новиков А.И. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
<http://www.knigafund.ru>

15. Элементарная математика. Часть 1: Теория чисел. Алгебра: Учебное пособие. Хорошилова Е.В. Издательство: Издательство МГУ, 2010
<http://www.kniuafund.ru>