

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Набережночелнинский институт

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по

образовательной деятельности

Е.А.Турилова

2023 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ**

2023

**Лист согласования программы вступительного испытания по  
прикладной математике**

Разработчик программы:

Доцент кафедры математики

*Зайц/*-

Ж.И. Зайцева

Председатель экзаменационной комиссии

Доцент кафедры математики

*Зайц/*-

Ж.И. Зайцева

Программа вступительного испытания обсуждена и одобрена на заседании кафедры математики Набережночелнинского института, Протокол №11 от «01» сентября 2023г.

Решением Учебно-методической комиссии Набережночелнинского института программа вступительного испытания рекомендована к утверждению Ученым советом, Протокол №1 от «25» сентября 2023 г.

Программа вступительного испытания утверждена на заседании Ученого совета Набережночелнинского института, Протокол № 10 от «25» октября 2023 г.

## **Содержание**

### **Раздел I. Вводная часть**

- 1.1 Цель и задачи вступительных испытаний
- 1.2 Общие требования к организации вступительных испытаний
- 1.3 Описание формы проведения вступительных испытаний
- 1.4 Продолжительность вступительных испытаний в минутах
- 1.5 Структура вступительных испытаний

### **Раздел II. Содержание программы**

### **Раздел III. Фонд оценочных средств**

- 3.1. Инструкция по выполнению работы
- 3.2. Примерные задания

### **Раздел IV. Список литературы**

## Раздел I. ВВОДНАЯ ЧАСТЬ

### 1.1 Цель и задачи вступительных испытаний

Вступительное испытание по прикладной математике является профессионально ориентированным вступительным испытанием для лиц, имеющих диплом государственного образца о среднем профессиональном образовании.

Вступительное испытание направлено на выявление степени готовности абитуриентов к освоению образовательных программ высшего образования – программ бакалавриата, специалитета, реализуемых в институте.

### 1.2 Общие требования к организации вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится с возможностью применения дистанционных технологий:

<https://admissions.kpfu.ru/priem-v-universitet/distancionnye-vstupitelnye-ispytaniya-bakalavriat/specialitet>.

Испытание проходит в сроки, установленные приёмной комиссией. Результаты вступительного испытания оцениваются по 100-балльной шкале согласно системе оценивания. Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания – 40 баллов.

Справочные материалы и калькулятор не предусмотрены. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

### 1.3 Описание формы проведения вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится в форме тестирования с заданиями, требующими развёрнутого ответа.

### 1.4 Продолжительность вступительных испытаний в минутах



На вступительное испытание отводится 180 минут.

### 1.5 Структура вступительных испытаний

Вступительное испытание состоит из следующих разделов:

1. Преобразования выражений.
2. Уравнения и неравенства.
3. Функции.
4. Геометрия.
5. Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики.

## Раздел II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

### 1. Преобразования выражений.

Тема 1 Основы теории чисел.

Числа, корни и степени, целые числа, степень с натуральным показателем, дроби, проценты, рациональные числа, степень с целым показателем, корень степени  $n > 1$  и его свойства, степень с рациональным показателем и ее свойства, свойства степени с действительным показателем, модуль (абсолютная величина) числа. Преобразования выражений, включающих арифметические операции; преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень; преобразования выражений, включающих корни натуральной степени.

Тема 2. Основы тригонометрии.

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла, радианная мера угла, синус, косинус, тангенс и котангенс числа, основные тригонометрические тождества, формулы приведения, синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов, синус и косинус двойного угла. Преобразования тригонометрических выражений.

Тема 3. Логарифмы.

Логарифм числа, логарифм произведения, частного, степени, десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ . преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования.

### 2. Уравнения и неравенства.

Тема 1. Уравнения.

Квадратные уравнения; рациональные уравнения; иррациональные уравнения; тригонометрические уравнения; показательные уравнения; логарифмические уравнения; равносильность уравнений, систем уравнений; простейшие системы уравнений с двумя неизвестными; основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных; использование свойств и графиков функций при решении уравнений; изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем; применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики; интерпретация результата, учет реальных ограничений.

## Тема 2. Неравенства.

Квадратные неравенства; рациональные неравенства; показательные неравенства; логарифмические неравенства; системы линейных неравенств; системы неравенств с одной переменной; равносильность неравенств, систем неравенств; использование свойств и графиков функций при решении неравенств; метод интервалов; изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем.

## 3. Функции.

### Тема 1. Определение и график функции.

Функция, область определения функции; множество значений функции; график функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях; обратная функция. График обратной функции; преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

### Тема 2. Элементарное исследование функций.

Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания; четность и нечетность функции; периодичность функции; ограниченность функции; точки экстремума (локального максимума и минимума) функции; наибольшее и наименьшее значения функции.

### Тема 3. Основные элементарные функции.

Линейная функция, ее график; функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, ее график; квадратичная функция, ее график; степенная функция с натуральным показателем, ее график; тригонометрические функции, их графики; показательная функция, ее график; логарифмическая функция, ее график.

### Тема 4. Производная.



Понятие о производной функции, геометрический смысл производной; физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком; уравнение касательной к графику функции; производные суммы, разности, произведения, частного; производные основных элементарных функций; вторая производная и ее физический смысл.

#### Тема 5. Исследование функций.

Применение производной к исследованию функций и построению графиков; примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе инженерно-технических и социально-экономических, задачах.

#### Тема 6. Первообразная и интеграл.

Первообразные элементарных функций; примеры применения интеграла в физике и геометрии.

### 4. Геометрия.

#### Тема 1. Планиметрия.

Треугольник; параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат; трапеция; окружность и круг; окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника; многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника; правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника.

#### Тема 2. Прямые и плоскости в пространстве.

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых; параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства; параллельность плоскостей, признаки и свойства; перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах; перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства; параллельное проектирование.

#### Тема 3. Многогранники.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма; параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде; пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида; сечения куба, призмы, пирамиды; представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр).

#### Тема 4. Тела и поверхности вращения.

Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка; конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка; шар и сфера, их сечения.

#### Тема 5. Измерение геометрических величин.

Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности; угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями; длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника; расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями; площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора; площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы; объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

#### Тема 6. Координаты и векторы.

Декартовы координаты на плоскости и в пространстве; формула расстояния между двумя точками; вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число; коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам; компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам; координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами.

### 5. Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики.

#### Тема 1. Элементы комбинаторики.

Поочередный и одновременный выбор; формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.

#### Тема 2. Элементы теории вероятностей.

Вероятности событий; классическое определение вероятностей; формулы сложения и умножения вероятностей и их следствия; примеры использования вероятностей при решении прикладных задач.

#### Тема 3. Элементы статистики.

Табличное и графическое представление данных; числовые характеристики рядов данных; примеры использования статистики при решении прикладных задач.



## Раздел III. Фонд оценочных средств

### 3.1. Инструкция по выполнению работы

Вступительные испытания проводятся в даты и время, определённые утверждённым Расписанием консультаций и вступительных экзаменов (далее Расписание). Вступительное испытание проводится с возможностью применения дистанционных технологий: <https://admissions.kpfu.ru/priem-v-universitet/distancionnye-vstupitelnye-ispytaniya-bakalavriat/specialitet> . При очном участии испытания проходят в аудитории, указанной в Расписании.

При выполнении работы запрещается:

- допускать к сдаче вступительного испытания вместо себя третьих лиц;
- привлекать помощь третьих лиц;
- вести разговоры во время экзамена;
- использовать справочные материалы (книги, шпаргалки, записи), сотовые телефоны, пейджеры, калькуляторы, планшеты, микронаушники.

### 3.2. Примерные задания

#### Пример заданий вступительного испытания по прикладной математике

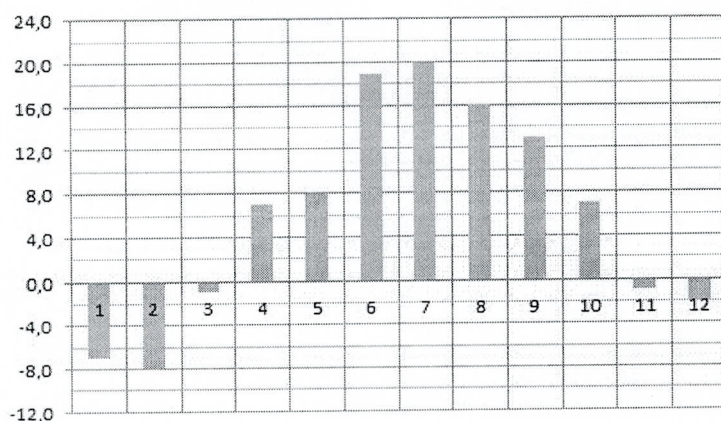
##### 1. Укажите один правильный вариант ответа

Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 50 минут и прибыл в Москву в 7 часов 50 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

- а) 5
- б) 2
- в) 4
- г) 8

##### 2. Укажите один правильный вариант ответа

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



- а) -5
- б) -2
- в) -4
- г) -8

### 3. Укажите один правильный вариант ответа

В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 7 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

- а) 0,95
- б) 0,826
- в) 0,895
- г) 0,882
- д) 0,995

### 4. Укажите один правильный вариант ответа

Если автомобиль, имеющий скорость  $v_0$  (м/с), осуществляет торможение с постоянным ускорением  $a$  (м/с<sup>2</sup>),  $a < 0$ , то время  $t$  (в секундах), прошедшее с момента начала торможения до момента полной остановки автомобиля, определяется формулой  $t = \frac{v_0}{|a|}$ . Какую наибольшую скорость мог иметь автомобиль, если при  $a = -10$  м/с<sup>2</sup> время от начала торможения до полной остановки составило не более 3 секунд? Ответ дайте в км/ч.

- а) 100
- б) 108
- в) 118
- г) 180
- д) 181

**5. Укажите один правильный вариант ответа**

Решить неравенство  $5^{x^2+5x+4} > \frac{1}{25}$ .

- а)  $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; +\infty)$
- б)  $x \in (-1; 0) \cup (4; +\infty)$
- в)  $x \in (0; 4)$
- г)  $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$
- д)  $x \in (-1; 4)$

**6. Укажите один правильный вариант ответа**

Прямая  $y = -4x - 11$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

- а) -1
- б) -2
- в) -4
- г) -5

**7. Укажите один правильный вариант ответа**

Две окружности касаются внутренним образом. Третья окружность касается первых двух и их линии центров. Найдите радиус третьей окружности, если известно, что радиусы первых двух равны 4 и 1.

- а)  $\frac{48}{25}$
- б)  $\frac{25}{48}$
- в) 25
- г) 48

**8. Укажите один правильный вариант ответа**

В 8-литровой колбе находится смесь азота и кислорода, содержащая 32% кислорода. Из колбы выпустили некоторое количество смеси и добавили столько же азота, затем снова выпустили такое же, как и в первый раз, количество новой смеси и добавили столько же азота. В итоге процентное



содержание кислорода в смеси составило 12,5%. Сколько литров смеси выпускали каждый раз?

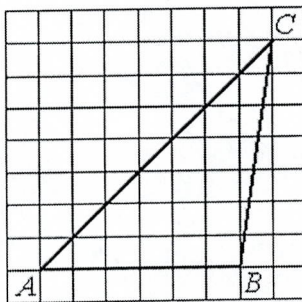
- а) 1
- б) 2
- в) 3
- г) 4
- д) 5

**9. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби**

Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

**10. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби**

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.



**11. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби**

Найти значение выражения  $\sqrt{75} \cos^2 \frac{7\pi}{12} - \sqrt{75} \sin^2 \frac{7\pi}{12}$ .

**12. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби**

Цилиндр, объем которого равен 69, описан около шара. Найдите объем шара.

**13. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби**

Найдите корень уравнения или произведение всех его корней, если их несколько:  $\sqrt{3x^2 - x - 2} = x - 1$ .

**14. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби**

Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{-35 + 12x - x^2}$ .

**15. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби**

а) Решите уравнение  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\cos x} = 2^{\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2x\right)}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$

В ответе запишите сумму корней из пункта б) деленную на  $\pi$ .

**16. Запишите ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби**

Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,2. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше трёх попыток.

**17. Запишите подробное решение.**

Решите неравенство:  $\frac{\log_2 x}{\log_2 x - 6} \geq 10 \cdot \log_x 2 + \frac{35}{\log_2^2 x - 6 \cdot \log_2 x}$

**18. Запишите подробное решение.**

Точка  $E$  середина боковой стороны  $CD$  трапеции  $ABCD$ . На ее боковой стороне  $AB$  взята точка  $K$  так, что прямые  $CK$  и  $AE$  параллельны. Отрезки  $CK$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите отношение оснований трапеции  $BC:AD$ , если площадь треугольника  $BSK$  составляет  $\frac{9}{64}$  площади всей трапеции  $ABCD$ .

### 19. Запишите подробное решение.

В июле 2022 года планировалось взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Сколько рублей было взято в банке, если известно, что кредит был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за 3 года) и сумма платежей превосходит взятую в банке сумму на 156060 рублей?

### 20. Запишите подробное решение.

Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = |x^2 + y^2 - 25|, \\ x - y = a \end{cases} \text{ имеет более одного решения.}$$

## Раздел IV. Список литературы

1. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И.. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».

2. Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Ткачева М.В. и др. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».

3. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). Изд-во «Мнемозина».

4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). Изд-во «Просвещение».

5. Погорелов А.В. Геометрия (базовый и профильный уровни). Изд-во «Просвещение».

6. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Геометрия (профильный уровень). Изд-во «Дрофа».