

Приложение 1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Институт математики и механики им. Н.И.Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по

образовательной деятельности

Е.А. Турилова

2023 г.



**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

**Направление подготовки:**

01.04.03 – механика и математическое моделирование

**Профиль(и):**

Механика жидкости, газа и плазмы,

Механика твердого деформируемого тела,

Механика нефтяного и газового пласта;

(магистратура)

2023

## Лист согласования программы вступительного испытания

Разработчик(и) программы:

зав. кафедрой аэрогидромеханики

К.А.Поташев

зав. кафедрой теоретической механики

Л.У.Султанов

(должность, инициалы, фамилия)

Председатель экзаменационной комиссии

Л.У.Султанов

(подпись) (инициалы, фамилия)

Программа вступительного испытания обсуждена и одобрена

на заседании кафедры аэрогидромеханики Института математики и  
механики им. Н.И.Лобачевского Протокол № 2 от «13» октября 2023 г.;

на заседании кафедры теоретической механики Института математики  
и механики им. Н.И.Лобачевского Протокол № 3 от «13» октября 2023 г.

Решением Учебно-методической комиссии Института 11.11

Программа вступительного испытания рекомендована к утверждению  
Ученым советом, Протокол № 9 от «4» 09 2023 г.

Программа вступительного испытания утверждена на заседании  
Ученого совета Института математики и механики,  
Протокол № 2 от «12» 10 2023 г.

## **Содержание**

### **Раздел I. Вводная часть**

- 1.1 Цель и задачи вступительных испытаний
- 1.2 Общие требования к организации вступительных испытаний
- 1.3 Описание формы проведения вступительных испытаний
- 1.4 Продолжительность вступительных испытаний в минутах
- 1.5 Структура вступительных испытаний

### **Раздел II. Содержание программы**

### **Раздел III. Фонд оценочных средств**

- 3.1. Инструкция по выполнению работы
- 3.2. Образцы заданий вступительных испытаний

### **Раздел IV. Список литературы**

## **Раздел I. Вводная часть**

Вступительные испытания для поступающих в магистратуру проводятся в виде письменного экзамена по профилю программы магистратуры.

Дистанционные вступительные испытания проводятся с использованием системы прокторинга. Проверка осуществляется системой в автоматическом режиме.

Варианты экзамена включают в себя тестовые задания. Время проведения экзамена – 60 минут.

Тесты составляются на основе Государственного образовательного стандарта высшего образования бакалавриата и позволяют оценить качество знаний, необходимых для освоения программы подготовки магистра по избранному направлению.

## **Раздел II. Содержание программы**

### **Вводные положения**

Понятие сплошной среды. Микроскопические, статистические и макроскопические феноменологические методы описания свойств, взаимодействий и движений материальных сред. Области приложения механики жидкости, газа и плазмы. Механические модели, теоретическая схематизация и постановка задач, экспериментальные методы исследований.

### **Кинематика сплошных сред**

Системы отсчета и системы координат. Лагранжевы и эйлеровы координаты. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета в ньютоновской механике. Точки зрения Эйлера и Лагранжа при изучении движения сплошных сред. Определения и свойства кинематических характеристик движения: перемещения, траектории, скорость, линии тока, критические точки, ускорение, тензор скоростей деформации и его инварианты, вектор вихря, потенциал скорости, циркуляция скорости, установившееся и неустановившееся движение среды. Тензор деформации.

Геометрический смысл компонентов тензора деформации. Главные оси тензора деформации. Взаимная связь деформаций и перемещений. Уравнение неразрывности. Дифференциальное уравнение движения сплошной среды. Тензор напряжений. Выражение напряжения, действующего на элементарную площадку через тензор напряжений.

### **Основные понятия и уравнения динамики и термодинамики**

Закон сохранения массы. Условие несжимаемости. Массовые и поверхностные, внутренние и внешние силы. Законы сохранения количества движения и моментов количества движения для конечных масс сплошной среды. Дифференциальные уравнения движения и момента количества движения сплошной среды. Работа внутренних поверхностных сил. Кинетическая энергия и уравнение живых сил для сплошной среды в интегральной и дифференциальной формах. Понятие о параметрах состояния, пространстве состояний, процессах и циклах. Закон сохранения энергии, внутренняя энергия. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла. Дифференциальные уравнения энергии и притока тепла. Законы теплопроводности Фурье. Различные частные процессы: адиабатический, изотермический и др. Обратимые и необратимые процессы. Совершенный газ. Цикл Карно. Второй закон термодинамики. Уравнения состояния.

### **Модели жидких и газообразных сред**

Модель идеальной жидкости. Уравнения Эйлера. Полные системы уравнений для идеальной, несжимаемой и сжимаемой жидкостей. Начальные и граничные условия. Интегралы Бернулли и Коши—Лагранжа. Теорема Томсона и динамические теоремы о вихрях. Модель вязкой жидкости. Линейно-вязкая (ニュтоновская) жидкость. Уравнения Навье-Стокса. Полные системы уравнений для вязкой несжимаемой и сжимаемой жидкостей. Начальные и граничные условия. Ламинарное движение несжимаемой вязкой жидкости. Течения Куэтта и Пуазейля. Задача о движении сферы в вязкой

жидкости в постановке Стокса. Ламинарный пограничный слой. Задача Блазиуса. Явление отрыва пограничного слоя. Равновесие жидкости и газа в поле потенциальных массовых сил. Закон Архимеда. Распространение малых возмущений в сжимаемой жидкости. Скорость звука. Уравнения газовой динамики. Движение жидкости и газа в пористой среде. Закон Дарси. Система дифференциальных уравнений подземной гидрогазодинамики. Определение физического подобия. Моделирование. Критерии подобия. Числа Эйлера, Маха, Фруда, Рейнольдса, Струхала, Прандтля.

## Теория упругости и пластичности

Физические соотношения для модели линейно упругого тела. Математическая постановка задач линейной теории упругости в напряжениях и перемещениях. Основные соотношения при плоской деформации. Основные соотношения при обобщенном плосконапряженном состоянии. Постановка краевой задачи при кручении призматического стержня произвольного поперечного сечения. Вариационные методы теории упругости. Теорема о минимуме потенциальной энергии деформации. Метод Ритца. Метод Бубнова–Галеркина в теории упругости. Закон пластического деформирования. Критерий пластичности. Физические соотношения деформационной теории пластичности. Энергетический критерий прочности.

## Высшая математика

Определение числового ряда, критерии и признаки сходимости. Предел функции в точке. Дифференцирование функции одной переменной. Экстремумы функции. Первообразная и неопределенный интеграл. Комплексные числа, функции комплексного переменного. Производная функции комплексной переменной. Конформные отображения с помощью функций комплексной переменной. Умножение матриц. Определитель матрицы. Обратная матрица. Правило Крамера для решения системы линейных уравнений. Классификация кривых и поверхностей второго

порядка. Главные направления и главные кривизны. Базис линейного пространства. Операции над векторами. Преобразование компонент векторов при переходе к новой системе координат. Квадратичные формы.

## **Численные методы и основы программирования**

Приближение функций полиномами и сплайнами. Квадратурные формулы. Методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений. Итерационные методы решения нелинейных алгебраических уравнений. Численное решение дифференциальных уравнений 1-го порядка. Разностные схемы для уравнения Пуассона. Алгоритмы сортировки. Алгоритмы поиска. Процедуры и функции. Рекурсивные функции. Механизмы создания новых типов данных (структуры и классы). Принципы объектно-ориентированного программирования (инкапсуляция, наследование и полиморфизм). Классы. Свойства и методы классов, модификаторы доступа к элементам классов.

## **Раздел III. Фонд оценочных средств**

### **3.1. Инструкция по выполнению работы**

При письменной сдаче экзамена в листе ответа для каждого номера вопроса указать один или несколько выбранных вариантов ответа.

При необходимости внесения исправлений в дополнительном поле указывается номер вопроса и исправленный вариант ответа.

### **3.2. Образцы заданий вступительных испытаний**

**Вопрос:** Лагранжевы координаты элементарного материального объема движущейся сплошной среды с течением времени

- 1) изменяются;
- 2) не изменяются;
- 3) изменяются, если среда во время движения деформируется.

**Вопрос:** Модель идеальной жидкости описывает

- 1) несжимаемую жидкость;

- 2) жидкость, не обладающую вязкостью;
- 3) и то, и другое.

**Вопрос:** Под идеальной упругостью понимается:

- 1) способность материальных тел взаимодействовать как абсолютно твердых
- 2) линейная зависимость между внешними усилиями и перемещениями тела
- 3) способность тела восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после устранения причин, вызвавших его деформацию

**Вопрос:** Для каких материалов поверхность пластиичности не изменяется?

- 1) Для материалов без упрочнения.
- 2) Для материалов с линейным изотропным упрочнением
- 3) Для материалов с нелинейным изотропным упрочнения

**Вопрос:** Какой из критериев подобия отражает отношение сил давления к силам инерции

- 1) число Фруда;
- 2) число Рейнольдса;
- 3) число Струхала;
- 4) число Эйлера;
- 5) число Маха.

**Вопрос:** Поверхность текучести – это:

- 1) поверхность, разделяющая зоны упругого и пластического деформирования в материальном теле
- 2) поверхность в воображаемом пространстве напряжений, определяющая зону упругого деформирования

**Вопрос:** Комплексный потенциал имеет вид . Найти вектор скорости в точке с координатами (1,1):

- 1) ;      2) ;      3) ;      4) .

**Вопрос:** Вычислить предел функции

- 1) -2;      2) 2;      3) 0.5;      4) -0.5.

**Вопрос:** Если погрешность вычислений при использовании алгоритма накапливается по линейному закону, то

- 1) алгоритм не является устойчивым;
- 2) алгоритм является условно устойчивым;
- 3) для определения устойчивости алгоритма необходима дополнительная информация;
- 4) алгоритм называется линейно устойчивым.

#### **Раздел IV. Список литературы**

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. I, II. М.: Физматгиз, 1963.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. I, II. 5-е изд. М.: Наука, 1994.
3. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. 10-е изд. М.: Наука, 1987.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. 3-е изд. М.: Наука, 1986.
5. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 5-е изд. М.: Наука, 1978.
6. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.
7. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. М.: Физматгиз, 1962.
8. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гос. изд-во физ.-тех. лит-ры, 1955.
9. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. РХД, 2000.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
11. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости –М. Мир, 1975
12. Амензаде Ю.А. Теория упругости – М. Мир, 1965
13. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела.- М., Наука, 1979.
14. Ильюшин А.А. Пластичность. М., Гостехиздат, 1948.
15. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976. 320 с.
16. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1971.
17. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. М.: Физматгиз. 1958.
18. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Ч.1. М.: Наука, 1985.
19. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учебное пособие для вузов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432 с.
20. Бахвалов Н.С. Численные методы: Учеб.пособие.-М.: Наука.-Т.1.-1973- 1987
21. Братчиков И.П. Синтаксис языков программирования. - М.; Наука, 1975. - 232 с.