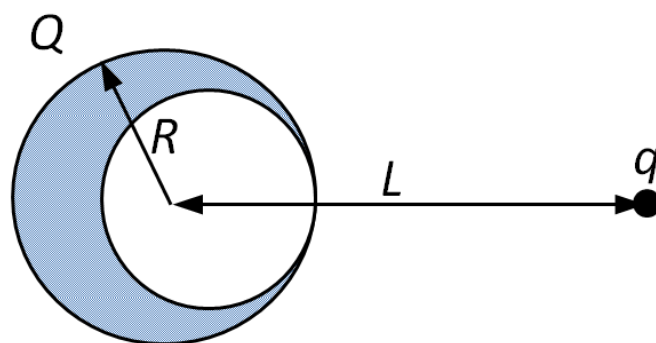


**Межрегиональная предметная олимпиада КФУ**  
**по предмету "Физика"**  
**Очный тур (ответы)**  
**2017-2018 учебный год**  
**11 класс**

**Задача 1.**

Найдите силу, действующую на заряд  $q$ , находящийся на расстоянии  $L$  от равномерно заряженного по объему тела с зарядом  $Q$ . Тело представляют собой сферу с вырезанной сферической полостью. Объем полости равен половине объема сферы. Геометрия системы представлена на рисунке.



(20 баллов)

**Возможное решение**

Электрическое поле в точке расположения заряда  $q$  может быть найдена как суперпозиция полей, создаваемых шаром на расстоянии  $L$  и величиной  $2Q$  и шаром с зарядом  $-Q$  на расстоянии  $L - d$ , где  $d$  – расстояние между центром шара и полости.

Расстояние  $d = R - R'$ . Радиус полости  $R'$  находится из соотношения объема шара и полости  $R^3/2 = R'^3$ . По закону Кулона

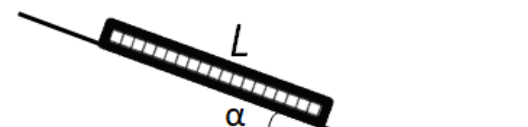
$$F = kqQ \left( \frac{2}{L^2} - \frac{1}{(L - R(1 - 2^{-1/3}))^2} \right)$$

**Критерии оценивания:**

Распределение заряда представлено как суперпозиция сферически-симметричных распределений зарядов.	<b>12 б.</b>
Записан закон Кулона для данной системы	<b>4 б.</b>
Определение размера и положения центра полости.	<b>4 б.</b>

**Задача 2.**

Поезд из большого числа одинаковых вагонов находится на плоском склоне таким образом, что первый вагон находится в нижней точке склона. У подножья склона находится длинный горизонтальный участок. Поезд свободно скатывается со склона без начальной скорости, трением можно пренебречь. Плоскость склона образует угол  $\alpha$  с горизонтом, длина поезда  $L$ . Рельсы перпендикулярны линии раздела прямого



и наклонного участка. Через какое время последний вагон достигнет горизонтального участка? (20 баллов)

### Возможное решение

Направим ось  $x$  вдоль наклонной плоскости вверх. Координату последнего вагона обозначим за  $x$ . Проекция силы тяжести на ось  $x$  принимает вид  $-mgx\sin\alpha/L$ . Второй закон Ньютона можно записать в виде

$$\ddot{x} + \frac{g \sin \alpha}{L} x = 0$$

Это уравнение формально совпадает с уравнением колебаний. Учитывая, что в начальный момент времени координата  $x$  принимает максимальное значение, закон движения имеет вид:

$$x = L \cos \omega t, \quad \omega = \sqrt{\frac{g \sin \alpha}{L}} \quad (x > 0)$$

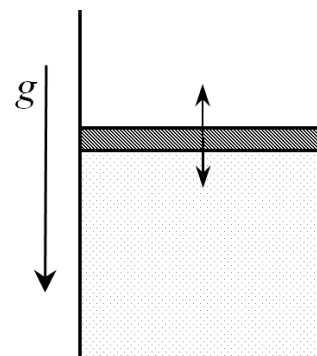
Таким образом, искомое время равно  $\pi/(2\omega)$

### Критерии оценивания:

Записан второй закон Ньютона	4 б.
Указано, что ускорение переменное.	4 б.
Записано уравнение, формально совпадающее с уравнением колебаний	8 б.
Записан закон движения	2 б.
Найдено выражение для времени	2 б.

### Задача 3.

$\nu$  молей идеального одноатомного газа находится под поршнем с площадью  $S$  массой  $m$ , который может двигаться без трения. Изначально температура газа равна  $T$ . Поршень незначительно отклоняют из положения равновесия, а затем отпускают. Найти период малых колебаний поршня. Теплообменом между газом и другими телами пренебречь, атмосферное давление  $p_0 = 100 \text{ кПа}$ . (20 баллов)



### Возможное решение

Давление газа в равновесном состоянии равно  $p_1 = mg/S + p_0$ .

Пусть поршень смещен на  $x$ , расстояние от поршня до дна в равновесном состоянии обозначим за  $L$ . Давление газа под поршнем можно найти из уравнения адиабаты ( $\gamma=5/3$ )

$$p = p_1 \frac{L^\gamma}{(L+x)^\gamma}$$

Сила, действующая на поршень, смещенный из положения равновесия

$$F = mg + p_0 S - S p_1 \frac{L^\gamma}{(L+x)^\gamma}$$

$$F = mg + p_0 S - S(mg/S + p_0) \frac{1}{(1+x/L)^\gamma}$$

$$F = (mg + p_0 S) \left( 1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{L}\right)^\gamma} \right) \approx (mg + p_0 S) \gamma x / L$$

$$L = \nu RT / p_1 S$$

$$F = \frac{\gamma x (mg + p_0 S)^2}{\nu RT}$$

Второй закон Ньютона принимает вид:

$$\ddot{x} + \frac{\gamma (mg + p_0 S)^2 x}{\nu RT m} = 0$$

$$T = \frac{2\pi}{p_0 S + mg} \left( \sqrt{\frac{\nu RT m}{\gamma}} \right)$$

### Критерии оценивания:

Записаны силы, действующие на поршень в равновесии	4 б.
С помощью уравнения адиабаты рассчитано изменение давления при смещении из положения равновесия	6 б.
Записано уравнение колебаний	8 б.
Найдено выражение для периода колебаний	2 б.

### Задача 4.

Какую минимальную скорость нужно придать телу, чтобы забросить его за стену высотой  $H$ , если бросок нужно осуществить с расстояния не ближе, чем  $d$  от стены? (20 баллов)

### Возможное решение

Рассмотрим сначала траектории, стартующие с фиксированного расстояния  $L$  от стены под углом  $\alpha$  к горизонту. Чтобы перебросить тело через стену траектория тела должна содержать точку  $(L, H)$

$$H = L \tan \alpha - \frac{gL^2}{2v^2 \cos^2 \alpha}$$

$$\frac{1}{v^2} = \frac{2}{gL^2} (L \sin \alpha \cos \alpha - H \cos^2 \alpha)$$

$$= \frac{-1}{gL^2} \left( H + \sqrt{L^2 + H^2} \left( \frac{H}{\sqrt{L^2 + H^2}} \cos 2\alpha - \frac{L}{\sqrt{L^2 + H^2}} \sin 2\alpha \right) \right)$$

$$= \frac{-1}{gL^2} \left( H + \sqrt{L^2 + H^2} (\cos(2\alpha + \varphi)) \right)$$

Максимальное значение достигается при  $(\cos(2\alpha + \varphi)) = -1$

$$(v_{min})^2 = \frac{gL^2}{-H + \sqrt{L^2 + H^2}} = g(H + \sqrt{L^2 + H^2})$$

Заметим, что  $v_{min}$  монотонно возрастает с увеличением расстояния до стены, поэтому окончательно получаем

$$v_{min} = \sqrt{g(H + \sqrt{d^2 + H^2})}$$

### Критерии оценивания:

Записано уравнение траектории, содержащее верхнюю точку стены **10 б.**

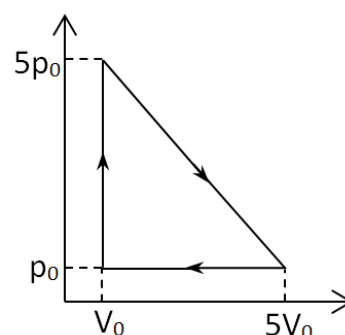
Зависимость скорости тела от угла между начальной скоростью и горизонталью исследовалась с целью поиска минимального значения **6 б.**

Найдено минимальное значение скорости **4 б.**

### Задача 5.

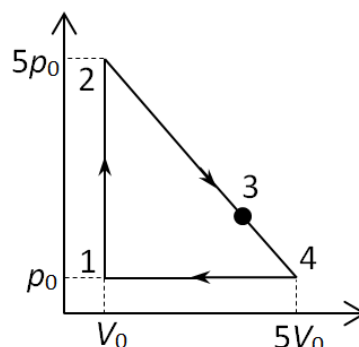
Рабочим телом тепловой машины является углекислый газ. Определите КПД тепловой машины, график цикла которой представлен на рисунке. Газ считать идеальным.

(20 баллов)



### Возможное решение.

Рассчитаем КПД как отношение работы, совершенной за цикл к полученной от нагревателя теплоте, для этого рассмотрим поочередно участки цикла.



$$A = 16V_0p_0/2 = 8p_0V_0$$

$$1 \rightarrow 2 \quad Q = 6\Delta(pV)/2 = 12p_0V_0$$

В процессе 2→4 после нагрева следует охлаждение. Максимальная температура достигается при объеме  $3V_0$ , но нам нужна точка, где газ начинает отдавать теплоту. Эта точка соответствует максимуму функции  $Q_{2 \rightarrow 4}(V)$ . Функция  $Q_{2 \rightarrow 4}(V)$  содержит 2 слагаемых – работу и изменение внутренней энергии. Работу находим как площадь трапеции, высота которой равна  $(V - V_0)$ , а малое основание определяется зависимостью давления от объема  $p = 5p_0 - (V - V_0)p_0/V_0$ . Изменение внутренней энергии выражается через изменение величины  $pV$ .

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{ip_0(V - V_0)}{2} \left( 5 - \frac{V}{V_0} \right) + \frac{(V - V_0)p_0}{2} \left( 10 - \frac{(V - V_0)}{V_0} \right)$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{7p_0(V - V_0)(V - \frac{41V_0}{7})}{V_0}$$

Максимум достигается при  $V = 24V_0/7$ . Теплота, полученная от нагревателя на участке 2-3 рана

$289p_0V_0/14$ . На участках 3→4 и 4→1 газ отдает теплоту.

$$\text{КПД} = 8 / (12 + 289/14) = 112/457 = 24,5\%$$

### Критерии оценивания:

Рассчитана работа, совершенная газом за цикл	2 б.
Проведен качественный анализ наклонного участка цикла	4 б.
Наклонный участок процесса разделен на два участка, рассчитана теплота, полученная газом от нагревателя.	8 б.
Реализована правильная методика расчета КПД	4 б.
Получено точное значение КПД	2 б.