

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету "Физика"
Очный тур (ответы)
2017-2018 учебный год
10 класс

Задача 1.

Обруч скатывается без проскальзывания и начальной скорости с наклонной плоскости высотой h и длиной L . Найдите время, за которое обруч скатится и скорость центра масс обруча в конце плоскости. (20 баллов)

Возможное решение.

Кинетическая энергия тела в лабораторной системе отсчета может быть представлена в виде суммы кинетической энергии центра масс и кинетической энергии тела в системе отсчета, связанной с центром масс.

В системе отсчета центра масс все точки обруча движутся с одинаковой по модулю скоростью, совпадающей со скоростью центра масс обруча в лабораторной системе отсчета. Таким образом, полная кинетическая энергия обруча равна mv^2 .

Используя закон сохранения энергии $mgh = mv^2$, получаем искомую скорость $v = \sqrt{gh}$.

Пользуясь тем, что движение под действием постоянной силы равноускорено, находим $L = vt/2$, $t = 2L/\sqrt{gh}$.

Критерии оценивания:

Учтена энергия вращения обруча	8 б.
Записан закон сохранения энергии	2 б.
Получено выражение для скорости	6 б.
Получено выражение для времени движения	4 б.

Задача 2.

Цепочка длиной $L=1$ м свешивается с края стола на $1/4$ своей длины. Коэффициент трения между столом и цепочкой $\mu = 0.1$. Цепочка начинает соскальзывать без начальной скорости. Найти скорость цепочки в тот момент, когда она полностью соскользнет со стола. (20 баллов)

Возможное решение.

Проверим, будет ли цепочка двигаться: $mg/4 > 3mg/40$. Приходим к выводу, что цепочка начнет движение.

Воспользуемся законом изменения механической энергии системы. В данном случае кинетическая энергия цепочки в искомый момент равна $-\Delta E_n - A_{тр}$, где ΔE_n – изменение потенциальной энергии цепочки, $A_{тр}$ – работа силы трения.

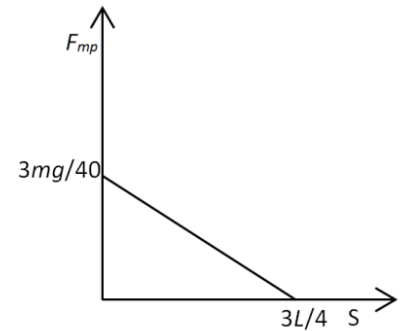
Центр масс части цепочки, которая изначально свешивалась, сместится на $3L/4$. Центр масс части, лежавшей на столе, опустится на $3L/8$. Таким образом, изменение потенциальной энергии

$$-\Delta E_{\text{п}} = \frac{3mgL}{16} + \frac{9mgL}{32} = \frac{15mgL}{32}$$

Работу силы трения можно вычислить как площадь под графиком силы трения в зависимости от перемещения. Работа равна $\frac{9mgL}{320}$. Из закона сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{141mgL}{320}$$

$$v = \sqrt{\frac{141gL}{160}} \approx 2.94 \text{ м/с}$$



Критерии оценивания:

Записан закон изменения механической энергии	2 б.
Найдено изменение потенциальной энергии цепочки	6 б.
Найдена работа силы трения	6 б.
Получено выражение для скорости	4 б.
Получен численный ответ	2 б.

Задача 3.

Надувая мыльные пузыри своим дыханием, исследователь заметил, что начиная с некоторого диаметра $D = 20$ см пузыри стремятся подняться вверх, при том что пузыри меньшего размера стремятся опуститься вниз. Температура в помещении составляет 15°C . Пренебрегая разницей давлений внутри и вне пузыря, оцените толщину стенки. Молярную массу воздуха можно принять равной 29 г/моль. (20 баллов)

Возможное решение.

Пользуясь уравнением состояния идеального газа, выразим плотность через давление и температуру

$$\rho = \frac{Mp_a}{RT}$$

Закон Архимеда принимает вид

$$gm = g(\rho(T_0) - \rho(T_1))V,$$

где m – масса оболочки, $T_0 = 15^\circ\text{C}$, T_1 примерно равна температуре человеческого тела. Оболочка представляет из себя тонкий сферический слой, состоящий преимущественно из воды.

$$\pi dD^2 \rho_{\text{в}} = \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) \frac{\pi D^3 Mp_a}{6R}$$

$$d = \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) \frac{MDp_a}{6R\rho_{\text{в}}} \approx 2.75 \text{ мкм}$$

Критерии оценивания:

Дано качественное объяснение эффекта	2 б.
Сделана правильная оценка температуры воздуха внутри пузыря	2 б.

Сделана правильная оценка плотности материала стенки	2 б.
Получено выражение плотности газа через давление и температуру	4 б.
Записан второй закон Ньютона для данной системы	6 б.
Получена правильная оценка толщины стенки	4 б.

Задача 4.

Конденсатор имеет емкость C_0 и представляет из себя цилиндр, радиус основания которого R много больше высоты h , а боковая поверхность непроводящая. Между обкладками конденсатора находятся две несмешивающиеся жидкости, которые заполняют весь внутренний объем конденсатора. Обкладки конденсатора горизонтальны. Диэлектрические проницаемости жидкостей равны ε_1 и ε_2 соответственно. Конденсатор раскручивается вокруг своей оси с очень большой угловой скоростью. Через продолжительное время емкость конденсатора оказалась равной C_1 . Установите отношение плотностей первой и второй жидкости, если массы жидкостей одинаковы. (20 баллов)

Возможное решение.

Нетрудно заметить, что данные задачи несколько избыточны, и искомая величина может быть найдена разными путями, вообще говоря, с разными ответами. Однако, такая избыточность возникает только в том случае, если мы предполагаем, что в статическом состоянии смесь жидкостей расслоилась на 2 тонких слоя. В реальности, такая ситуация возникает только если меньший из линейных размеров конденсатора превышает несколько сантиметров. В противном случае такая геометрия слоев не реализуется, так как адгезия жидкостей с обкладками конденсатора может значительно отличаться. В дополнении к этому, в условии указано, что под действием очень быстрого вращения потребовалось значительное время для установления нового значения емкости. Такая ситуация будет наблюдаться, если смесь жидкостей является эмульсией или расстояние между обкладками очень мало. В любом случае, рассчитать теоретически емкость такого конденсатора крайне затруднительно. Таким образом, емкость C_0 лучше всего вообще не использовать.

Представим вращающийся конденсатор в виде параллельного соединения двух конденсаторов с первой и второй диэлектрической жидкостью. Площади их обкладок удобно выразить через плотности. (СГС)

$$C_1 = \frac{m}{4\pi h^2} \left(\frac{\varepsilon_1}{\rho_1} + \frac{\varepsilon_2}{\rho_2} \right)$$

Выразим объем конденсатора через сумму объемов компонент и введем емкость «пустого» конденсатора C'

$$h\pi R^2 = m \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)$$

$$C' = \frac{m}{4\pi h^2} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)$$

$$\frac{C_1}{C'} = \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) / \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \frac{\rho_1}{\rho_2} \right)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{(C_1 - \varepsilon_1 C')}{(\varepsilon_2 C' - C_1)}, C' = \frac{R^2}{4h}$$

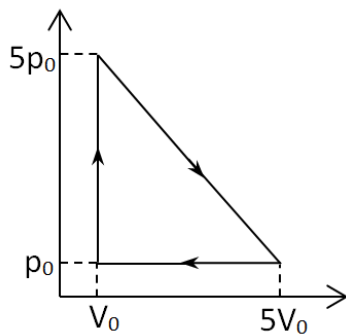
Можно получить и другие ответы к данной задаче, через C_0 или обе емкости, которые формально можно считать правильными.

Критерии оценивания:

Проведен качественный анализ задачи, сделаны выводы о распределении жидкостей внутри конденсатора.	6 б.
Эквивалентная схема из двух конденсаторов	4 б.
Связь площадей обкладок и объема	2 б.
Получено выражение для емкости конденсатора	2 б.
Получено выражение для отношения плотностей	6 б.

Задача 5.

Рабочим телом тепловой машины является углекислый газ. Определите КПД тепловой машины, график цикла которой представлен на рисунке. Газ считать идеальным. (20 баллов)



Возможное решение.

Рассчитаем КПД как отношение работы, совершенной за цикл к полученной от нагревателя теплоте, для этого рассмотрим поочередно участки цикла.

$$A = 16V_0p_0/2 = 8p_0V_0$$

$$1 \rightarrow 2 \quad Q = 6\Delta(pV)/2 = 12p_0V_0$$

В процессе 2-→4 после нагрева следует охлаждение.

Максимальная температура достигается при объеме $3V_0$, но нам нужна точка, где газ начинает отдавать теплоту.

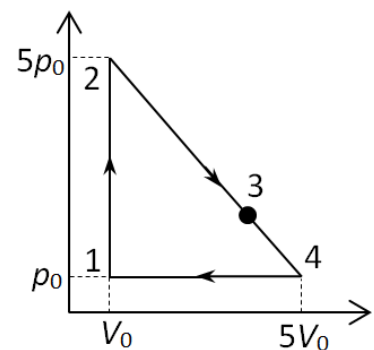
Эта точка соответствует максимуму функции $Q_{2 \rightarrow 4}(V)$.

Функция $Q_{2 \rightarrow 4}(V)$ содержит 2 слагаемых – работу и изменение внутренней энергии.

Работу находим как площадь трапеции, высота которой равна $(V - V_0)$, а малое основание определяется зависимостью давления от объема $p = 5p_0 - (V - V_0)p_0/V_0$. Изменение внутренней энергии выражается через изменение величины pV .

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{ip_0(V - V_0)}{2} \left(5 - \frac{V}{V_0} \right) + \frac{(V - V_0)p_0}{2} \left(10 - \frac{(V - V_0)}{V_0} \right)$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{7p_0(V - V_0) \left(V - \frac{41V_0}{7} \right)}{V_0}$$



Максимум достигается при $V=24V_0/7$. Теплота, полученная от нагревателя на участке 2-3
рана

$289p_0V_0/14$. На участках 3->4 и 4->1 газ отдает теплоту.

$\text{КПД} = 8/(12+289/14)=112/457=24,5\%$

Критерии оценивания:

Рассчитана работа, совершенная газом за цикл	2 б.
Проведен качественный анализ наклонного участка цикла	4 б.
Наклонный участок процесса разделен на два участка, рассчитана теплота, полученная газом от нагревателя.	8 б.
Реализована правильная методика расчета КПД	4 б.
Получено точное значение КПД	2 б.