

Межрегиональные предметные олимпиады КФУ
профиль «Астрономия»
заключительный этап (ответы)
2020-21 учебный год
9 класс

Решение всех задач должно быть максимально подробным, с рисунками и пояснениями!

9.1. 22 июня два школьника одновременно наблюдают Солнце в верхней кульминации, в обоих случаях на высоте 75° над горизонтом. Определите широты наблюдателей и расстояние между ними. (20 баллов)

Решение. Если не рассматривать тривиальный случай наблюдения из одной точки, то очевидно, что наблюдатели находятся на одном меридиане (4 балла), при этом для одного ВК Солнца происходит к северу, а для другого - к югу от зенита (3 балл). Это значит, что расстояние по меридиану между наблюдателями 30° или $30/360 \cdot 2 \cdot 3.14 \cdot 6371 = 3334$ км (2 балла).

Поскольку наблюдения ведутся 22 июня, то для Солнца $\delta = 23^\circ 26'$ (2 балла)

Широты наблюдателей можно найти из уравнений

Для обоих наблюдателя в северном полушарии ($\varphi > 0$):

$$\varphi = 90 - h_{\text{вк}} + \delta \text{ для ВК к S от Z}$$

$$\varphi = -90 + h_{\text{вк}} + \delta \text{ для ВК к N от Z}$$

Для обоих наблюдателя в южном полушарии ($\varphi < 0$):

$$-\varphi = 90 - h_{\text{вк}} - \delta \text{ для ВК к N от Z}$$

$$-\varphi = -90 + h_{\text{вк}} - \delta \text{ для ВК к S от Z.}$$

И их комбинации для наблюдателей в разных полушариях.

Но проще использовать информацию о различии широт в 30° , т.е. на 15° севернее и южнее Тропика Рака, где Солнце в этот день кульминирует в зените.

В любом случае, $\varphi_1 = 38^\circ 26'$ $\varphi_2 = 08^\circ 26'$ – первый случай. Проверка показывает, что это решение единственное. 9 баллов за любой аргументированное верное решение. При этом, если не производилась проверка его единственности, то за этот этап ставится не более 6 баллов.

9.2. Параллакс звезды 8^m составляет $0.015'' \pm 0.005''$. Каково расстояние до звезды и с какой точностью оно определено? (20 баллов)

Решение. Расстояние до звезды $r = 1/\pi$, $r = 66.67 \text{ пк}$ (10 баллов). Самый простой способ оценить ошибку – посчитать расстояние при предельных значениях π . При $\pi = 0.02''$ $r = 50 \text{ пк}$, при $\pi = 0.01''$ $r = 100 \text{ пк}$. Таким образом, ошибка в «+» и «-» будет различна: в большую сторону 33 пк, в меньшую – 17 пк. Также очевидно, что десятые и сотые доли парсека в указании расстояния излишни. Ответ: $r = 67 \text{ пк}^{+33}_{-17}$ пк (10 баллов, из них 3 – за указание верного количества знаков в ответе).

9.3. На каком расстоянии должна быть звезда из задачи 2, чтобы ее блеск составил 3^m ? (10 баллов)

Решение. Разница в блеске в звездных величинах составляет 5m, а в освещенностях – в 100 раз (5 баллов). Такая звезда должна быть ближе к наблюдателю в 10 раз в соответствии с законом «обратных квадратов» $E_1/E_2 = r_2^2/r_1^2$ (5 баллов).

9.4. На какую минимальную величину надо изменить скорость геостационарного спутника (так называют неподвижно висящий над определенной точкой экватора Земли спутник), чтобы в тот же виток спутник упал на поверхность Земли? Вектор изменения скорости считать

параллельным самому вектору скорости спутника, трением в атмосфере Земли пренебречь. (20 баллов)

Решение:

Радиус орбиты геостационара это (как следует из 3 закона Кеплера) $a = ((GMT^2)/(4\pi^2))^{1/3}$;
 $a = (2971/39.4)^{1/3} * 10^7 \text{ м} = 42250 \text{ км}$, $T = 86164 \text{ с}$ (6 баллов получение радиуса любым способом при использовании $T = 86164 \text{ с}$, если принято 86400 с , то этап оценивается в 3 балла).

Скорость спутника есть $v = (GM/a)^{1/2}$; $v_1 = 3.07 \text{ км/с}$. (2 балла)

После изменения орбиты точка торможения станет точкой апогея, а точка перигея, чтобы спутник на первом же витке врезался в Землю, должна иметь расстояние от ЦМ равное радиусу Земли (2 балла рассуждения и/или рисунок)

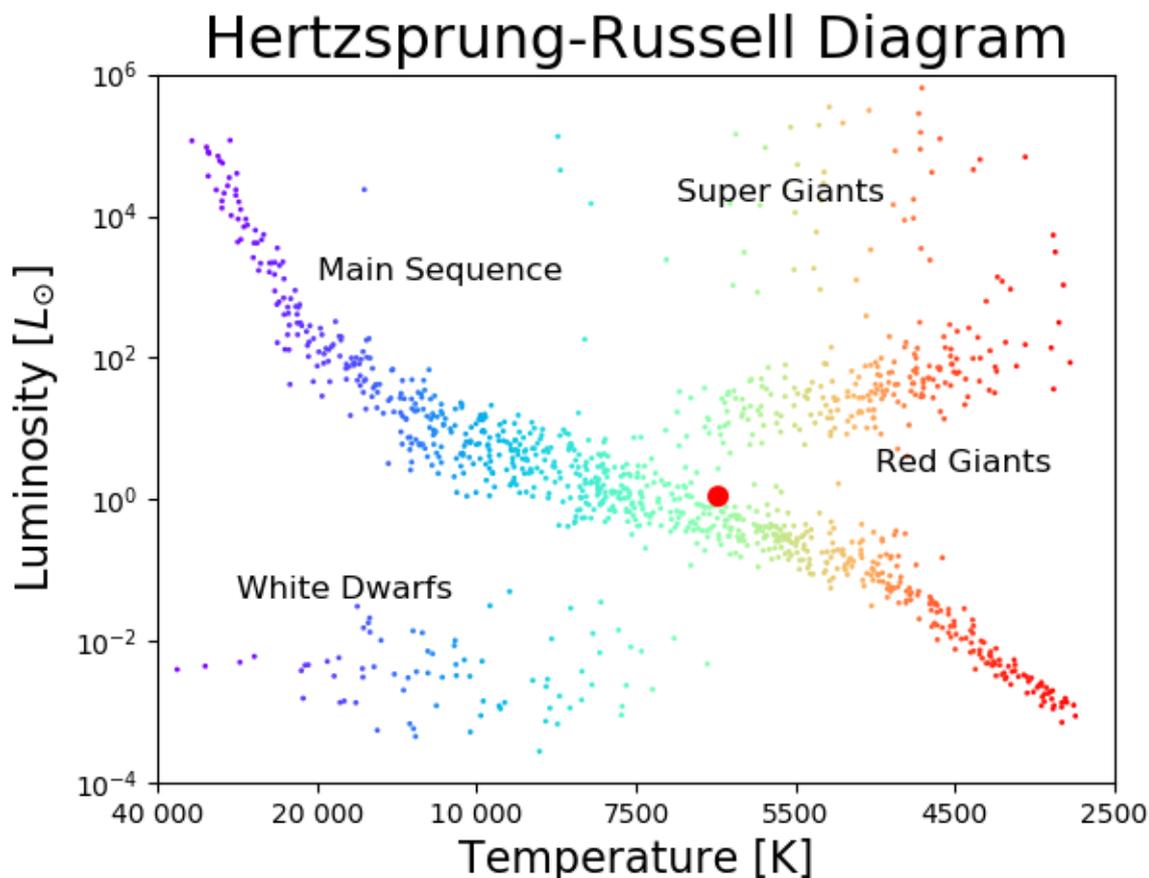
Тогда отношение апо- и перицентральных расстояний $(1+e)/(1-e) = 42250/6371 = 6.63$ и эксцентриситет орбиты $e = 5.63/7.63 = 0.74$ (2 балла), а её большая полуось $(42250 + 6371)/2 = 24310.5 \text{ км}$ (2 балла) и первая космическая для этой орбиты $v_2 = 4.1 \text{ км/с}$ (2 балла)

Тогда апоскорость $v_a = v[(1-e)/(1+e)]^{1/2}$; $v_a = 4.1 * 0.388 = 1.59 \text{ км/с}$ (2 балла).

Стало быть, спутник надо затормозить на $3.07 - 1.59 = 1.48 \text{ км/с}$ (2 балла фин. ответ).

Если финальный ответ получен без нахождения промежуточных параметров (например, решением системы уравнений), то этот этап (после пояснения и рисунка и до получения результата) оценивается в 8 баллов при полностью верно полученном ответе.

9.5 Вам предложена диаграмма Герцшпрунга-Рассела (она же диаграмма температура-светимость). По оси абсцисс отложена температура звезды (в градусах Кельвина), по оси ординат – светимость (в светимостях Солнца). В нижней части диаграммы находится область белых карликов (White Dwarfs). Красной точкой обозначено положение Солнца. С помощью расчетов, выполненных с использованием этой диаграммы, объясните, почему они так называются (30 баллов).



Решение: Определим по диаграмме характерную светимость БК ($10^{-3} L_0$) и температуру (10 000 К), (5+5=10 баллов за параметры).

Температура в 10000 К соответствует бело-голубым звёздам (7 баллов за указание на это напрямую или с применением закона смещения Вина)

Из соотношения Стефана-Больцмана $L=R_{БК}^2 \cdot (T_{БК}^4/T_0^4)$, где радиус и светимость определены в единицах соответствующих солнечных параметров.

$(T_{БК}^4/T_0^4)=(1000/5800)^4=8.84$ (5 баллов уравнение + вычисления).

Тогда получим, что $R_{БК}=[L/(T_{БК}^4/T_0^4)]^{1/2}$, или $R_{БК}=[0.001/8.84]^{1/2}=0.01R_0=7404\text{км}$, т.е. немногим более радиуса Земли. По звёздным меркам действительно карлик (8 баллов вычисления и вывод).

Справочные данные:

Продолжительность тропического года $T=365.2422$ суток; длительность синодического периода обращения Луны 29.5 дня, сидерического – 27.3 дня; 1 а.е. = $1.496 \cdot 10^8$ км; 1пк=206265 а.е, наклонение экватора Земли к плоскости эклиптики $\epsilon=23^{\circ}26'$; Масса Солнца $2 \cdot 10^{30}$ кг; Масса Земли $6 \cdot 10^{27}$ г, радиус Земли 6371 км, Луны 1737 км, Солнца – $6.96 \cdot 10^5$ км; большая полуось орбиты Луны 385 000 км; Видимая зв. величина Солнца при наблюдении с Земли -26.7^m ; Температура Солнца 5800 К; абсолютная зв. величина Солнца $M_0=+4.8^m$; скорость света в вакууме $c=299792$ км/с; гравитационная постоянная $G=6.67 \cdot 10^{-11}$ м³/кг·с².