

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Астрономия»
заключительный этап
2018-2019 учебный год
11 класс

1. На какой широте полярная ночь длится ровно 90 дней? (20 баллов)
2. Найдите максимальную продолжительность прохождения геостационарного спутника диска Луны по его диаметру. Когда и при каких условиях возможно наблюдать такие события? (20 баллов)
3. В двойной системе, состоящей из одинаковых звёзд солнечной массы ($2 \cdot 10^{30}$ кг), линии водорода H α (656.3 нм) периодически раздваиваются и их компоненты расходятся на 0.13 нм. Найти линейное расстояние между звёздами, если луч зрения лежит в плоскости орбиты. (20 баллов)
4. Расстояние до звезды Сириус А 8.6 световых лет, а $m = -1.43^m$. На каком расстоянии от Солнца для наблюдателя, отправившемся на межзвёздном корабле к Сириусу А, блеск двух этих звёзд станет равным? Сможет ли астронавт невооруженным глазом увидеть звезду-спутник Сириус В, если его видимая звёздная величина с Земли $m = 8.4^m$, и видна на расстоянии 11" от звезды Сириус А? (20 баллов)
5. Спиральная галактика на $z = 0.01$ выглядит как туманная звёздочка $m = 17^m$. Оцените количество звёзд в этой галактике? (20 баллов)

Справочные данные:

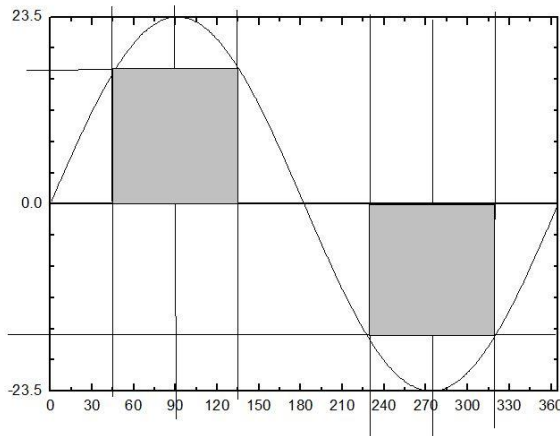
*Скорость света $c=3 \cdot 10^5$ км/с ; Масса Земли $6 \cdot 10^{24}$ кг ; Радиус Земли 6400 км; Видимая звёздная величина Луны (в полнолуние) $m = -12.6^m$; Видимая звёздная величина Солнца $m = -26.8^m$; Абсолютная звёздная величина Солнца $M_{\odot} = +4.8^m$; Большая полуось орбиты Луны $a=384400$ км ; Постоянная Хаббла $H_0 = 72$ км/с *Мпк.*

Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Астрономия»
заключительный этап (ответы)
2018-2019 учебный год
11 класс

1. На какой широте полярная ночь длится ровно 90 дней?

Середина полярной ночи в Северном полушарии приходится на День зимнего солнцестояния и это середина полярной ночи (182-й день года). (2 балла) Начало и конец приходятся на 228-й и 318-й день соответственно. (2 балла) Изменение склонение Солнца можно описать синусоидой, которая пересекает ось X в точках весеннего и осеннего равноденствия, а амплитуда равна 23.5° . (2 балла) На 228-е сутки после весеннего равноденствия ночь начинается при $\delta_{\odot} = 23.5 \times \sin(t \times 360/365) = -16.6^\circ$ и высота верхней кульминации Солнца в этот день становится равной 0° . $h_{\text{вк}} = 90^\circ - \varphi + \delta_{\odot} = 0$; $\varphi_1 = 90^\circ - 16.6^\circ = +73.4^\circ$. (5 баллов +5 баллов за учёт размеров Солнца (+16') и рефракции на восходе и закате (+35'))
Аналогично в Южном полушарии $\varphi_2 = -73.4^\circ$. (4 балла)

Также задачу можно оценочно решить графически (с точностью до градуса):



2. Найдите максимальную продолжительность прохождения геостационарного спутника диска Луны по его диаметру. Когда и при каких условиях возможно наблюдать такие события?

Решение: Угловая скорость ГИСЗ $\omega = 360^\circ$ в сутки, а у Луны $\omega = 360^\circ / 27.32^d = 13.177^\circ$ в сутки. Геостационарный спутник как и Земля вращается в ту же сторону, что и Луна (5 баллов). Угловая скорость движения спутника относительно Луны

$$\omega^* = \omega_{\text{Луны}} - \omega_{\text{ГИСЗ}} = 346.823^\circ \text{ в сутки. (5 баллов)}$$

$$346.823^\circ / 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ с} = 0.5^\circ / t; \quad t = 125 \text{ с (5 баллов)}$$

Так как орбита Луны расположена в плоскости эклиптики, а ГИСЗ движется параллельно земному экватору, то на одну линию с они могут попадать только вблизи узлов орбиты ГИСЗ (5 баллов).

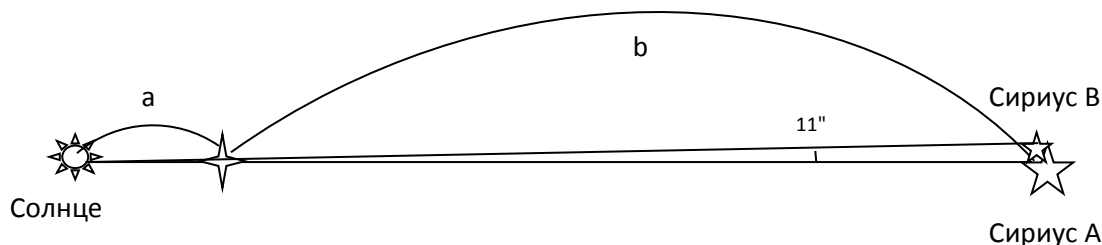
*Также в решении пренебрегаем тем, что ГИСЗ вращается вокруг центра Земли, а Луна вокруг центра масс системы Земля-Луна.

3. В двойной системе, состоящей из одинаковых звёзд солнечной массы ($2 \cdot 10^{30}$ кг), линии водорода H α (656.3 нм) периодически раздваиваются и их компоненты расходятся на 0.13 нм. Найти линейное расстояние между звёздами, если луч зрения лежит в плоскости орбиты.

Решение: Для того, чтобы решить эту задачу, предположим, что орбиты круговые. Пусть v – орбитальная скорость звёзд, а D - расстояние между ними. Тогда согласно эффекту Доплера: $V/c = (\Delta\lambda / \lambda) / \lambda$, откуда $V=c\Delta\lambda/2\lambda$ а из равенства центростремительного и гравитационного ускорений:
 $V^2/(D/2) = GM/D^2$; $D = GM/2V^2 = GM/2(c\Delta\lambda/2\lambda)^2 = 2GM/(c\Delta\lambda/\lambda)^2$
 $D = 2GM/(c\Delta\lambda/2\lambda)^2 \approx \underline{7,5 \cdot 10^{10} \text{ м (около 0,5 а.е.)}}$

4. Расстояние до звезды Сириус А 8.6 световых лет, а $m = -1.43^m$. На каком расстоянии от Солнца для астронавта, отправившемся на межзвёздном корабле к Сириусу А, блеск двух этих звёзд станет равным? Сможет ли астронавт невооруженным глазом увидеть звезду-спутник Сириус В, если его видимая звёздная величина с Земли $m = 8.4^m$, и видна на расстоянии $11''$ от звезды Сириус А?

Решение: Расстояние до Сириуса А $r = 8.6 / 3.26 = 2.64$ парсека
или $r = 8.6 \times (365.2422^d \times 86400 \text{ с} \times 3 \cdot 10^6 \text{ км/с}) / (1.49 \cdot 10^8 \text{ км} \times 206265 \text{ а.е.}) = 2.64$ парсека (3 балла)
 $M_{\text{СириусА}} = -1.43 + 5 - 5 \lg(2.64) = 1.46^m$ (3 балла)
Светимость Сириуса А в $L_{\text{СириусА}} / L_{\odot} = 2.512^{-(1.46 - 4.8)} = 21.7$ раз ярче Солнца (4 балла)



При условии, что $E_{\text{СириусА}} = E_{\odot}$; $b^2 / a^2 = L_{\text{СириусА}} / L_{\odot}$:

$$\begin{cases} b / a = \sqrt{21.7} \\ a + b = 2.64 \text{ пк} \end{cases}; a = \underline{0.47 \text{ пк}} \text{ (5 баллов)}$$

*При движении астронавта, яркость Солнца падает быстрее, чем растёт яркость Сириуса. Чтобы увидеть Сириус В невооружённым глазом нужно чтобы $(b/r)^2 = 2.512^{-(6 - 8.4)}$; $b \approx \frac{1}{3} r$, то есть несколько ближе чем получившееся $b \approx \frac{4}{5} r$. Чтобы для астронавта стал различим угол между звездой Сириус А и Сириус В он должен был приблизиться как минимум в 6 раз. Сириус В астронавт не увидит (любые правдоподобные оценки 5 баллов).

5. Спиральная галактика на $z = 0.01$ выглядит как туманная звёздочка $m = 17^m$. Оцените количество звёзд в этой галактике? Постоянная Хаббла $H_0 = 72 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}$

Решение:

Из закона Хаббла $r = c \times z / H_0 = 3 \cdot 10^6 \text{ км/с} \times 0.01 / 72 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк} = 41.7 \text{ Мпк}$ (7 баллов)

$$M = 20 + 5 - 5 \lg(41.7 \cdot 10^6) = -16.1^m \text{ (6 баллов)}$$

Предположив, что в среднем звёзды галактики имеют солнечную светимость, оценим количество звёзд: $N_z = L_z / L_{\odot} = 2.512^{-(16.1 - 4.8)} = \underline{2.3 \cdot 10^8}$ (7 баллов)

Справочные данные:

Скорость света $c = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с}$; Гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$; Масса Земли $6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$; Радиус Земли 6400 км; Радиус Луны 1740 км; Видимая звёздная величина Луны (в полнолуние) $m = -12.6^m$; Видимая звёздная величина Солнца $m = -26.8^m$; Абсолютная звёздная величина Солнца $M_{\odot} = +4.8^m$; Большая полуось орбиты Луны $a = 384400 \text{ км}$; Постоянная Хаббла $H_0 = 72 \text{ км/с} \cdot \text{Мпк}$.