

**Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Информатика»
Очный тур
2017-2018 учебный год
10 класс**

№1. Проверка двудольности графа. (20 баллов)

Неориентированный граф без весов с N вершинами задан списком M ребер. Написать программу, которая определит, является ли граф двудольным, т.е. можно ли разбить множество всех его вершин на две непересекающиеся группы так, что любое ребро будет соединять вершины только из разных групп. Все вершины пронумерованы числами от 1 до N .

Входные данные. В первой строке через пробел заданы два положительных целых числа N и M ($1 \leq N, M \leq 10000$).

В каждой из последующих M строках через пробел перечислены пары целых чисел – номера вершин, соединенных ребром.

Результат. Выдайте «YES» (без кавычек), если граф является двудольным и «NO»(без кавычек) в противном случае.

Пример.

Входные данные.	Результат	Пояснение
3 2 1 2 1 3	YES	Первая группа включает вершину 1, вторая – 2 и 3

№2. Три в линию. (20 баллов)

Имеется квадратное (прямоугольное) поле, состоящее из N рядов по M клеток в каждом. В каждой клетке находится один шарик, окрашенный в один из K цветов. За один ход нужно поменять местами шарики в двух соседних клетках (соседи по вертикали или горизонтали, но не по диагонали). Сколько существует вариантов хода, после которого образуются несколько (не менее трех) шариков одного цвета подряд в линию (по вертикали или горизонтали). Цвета шариков пронумерованы натуральными числами от 1 до K .

Входные данные. В первой строке задано три целых положительных числа через пробел N, M, K ($3 \leq N, M, K \leq 100$). Далее следуют N строк по M натуральных чисел, разделенных пробелом.

Результат. Напечатать количество вариантов хода.

Пример.

Входные данные	Результат	Пояснение
3 3 3 1 2 3 3 1 3 3 3 1	3	1 ход – поменять клетку 2 во 2-м ряду (цвет 1) с клеткой 2 в 3-м ряду (цвет 3). Во 2-м ряду <u>будут подряд 3 клетки цвета 3</u> 2 ход – поменять клетку 3 во 3-м ряду (цвет 1) с клеткой 2 в 3-м ряду (цвет 3) . В 3-м <u>столбце будут подряд 3 клетки цвета 3</u> 3 ход – поменять клетку 3 во 3-м ряду (цвет 1) с клеткой 2 в 3-м ряду (цвет 3) . В 3-м <u>столбце</u>

№3. Монеты Фибоначчи. (20 баллов)

В стране Фибоначчи пользуются деньгами, полученными из чисел Фибоначчи. Деньги состоят из двух частей: монет и банкнот. Монеты имеют номинал трех младших разрядов, а старшие разряды определяют размер банкнот. Числа Фибоначчи задаются по следующей формуле:

$$\Phi_1=1, \Phi_2=2, \Phi_i = \Phi_{i-1} + \Phi_{i-2} \text{ для } i > 2.$$

Пример выдачи банкнот и монет.

$$\Phi_{20}=10946 = 10000+946=\text{банкнота достоинством } 10 + \text{монета достоинством } 946.$$

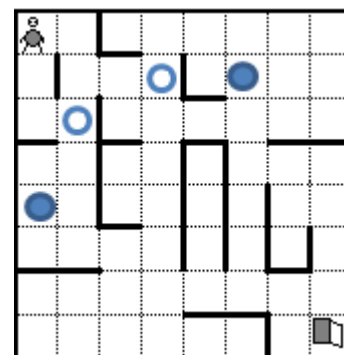
Всегда выдается одна монета и одна банкнота.

Надо написать программу, которая определяет, какое минимальное число различных монет должно чеканить казначейство для обеспечения этой денежной системы.

№4. Колобок в лабиринте. (20 баллов)

В лабиринте Колобок с левого верхнего угла идет в правый нижний угол. Он выбирает из имеющихся направлений движения, только приближающие к выходу (вправо либо вниз). В окружностях (белый круг) Колобок может телепортироваться в один из кругов (серая окружность).

Определите число различных возможных проходов лабиринта. (Ответом на задачу должно быть число и объяснение решения)



№ 5. Спецоперация. (20 баллов)

Инопланетная группа захватчиков Земли на пустынной территории нашей планеты расставила свои бомбы замедленного действия. Для их устранения собирается спецгруппа отважных, умных и талантливых молодых людей.

Бомба имеет форму окружности и находится на поверхности земли. Благодаря международной разведке известны все координаты и радиусы бомб.

В состав спецгруппы входят: два сапёра, которые будут впереди отряда и будут разделяющей линией между основным отрядом и бомбами, и М снайперов со специальными лазерами, которые обезвреживают действия бомб. Снайперы расположены за разделяющей линией.

Необходимо найти минимальное число М – количество снайперов, чтобы обезвредить все бомбы. Лазер стреляет перпендикулярно разделяющей прямой линии, образованной по координатам двух сапёров, и уничтожает бомбу, если луч хотя бы касается бомбы. Действие луча не поглощается задетой бомбой, а продолжает уничтожать оставшиеся бомбы, которые находятся на его пути. Действия луча бесконечно.

Входные данные.

Первая строка входного файла содержит два целых числа, заданных через пробел, координаты первого сапёра.

Во второй строке через пробел заданы координаты второго сапёра.

Координаты сапёров не превышают 10^9 по модулю.

Следующая строка входного файла содержит натуральное число N – число бомб.

$$1 \leq N \leq 10^5.$$

В следующих N строках заданы через пробел натуральные числа x_i , y_i и r_i – координаты центра и радиус i -ой бомбы.

$$-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9,$$

$$1 \leq r_i \leq 10^5.$$

Выходные данные. Выведите минимальное число M – количество снайперов, чтобы обезвредить все бомбы.

Пример.

Входные данные	Результат
-10 -5 8 4 6 -1 3 2 1 4 3 -3 2 1 6 5 1 -4 0 1 -8 0 2	4

**Межрегиональная предметная олимпиада КФУ
по предмету «Информатика»
Очный тур (решения)
2017-2018 учебный год
10 класс**

№1. Проверка двудольности графа

Неориентированный граф без весов с N вершинами задан списком M ребер. Написать программу, которая определит, является ли граф двудольным, т.е. можно ли разбить множество всех его вершин на две непересекающиеся группы так, что любое ребро будет соединять вершины только из разных групп. Все вершины пронумерованы числами от 1 до N .

Входные данные. В первой строке через пробел заданы два положительных целых числа N и M ($1 \leq N, M \leq 10000$).

В каждой из последующих M строках через пробел перечислены пары целых чисел – номера вершин, соединенных ребром.

Результат. Выдайте «YES» (без кавычек), если граф является двудольным и «NO» (без кавычек) в противном случае.

Пример.

Входные данные.	Результат	Пояснение
3 2 1 2 1 3	YES	Первая группа включает вершину 1, вторая – 2 и 3

Идея решения.

Мы должны перебрать все вершины и отнести каждую из них в одну из групп – 1-ю или 2-ю. Если в какой-то момент обнаруживается, что какая-то вершина должна быть отнесена и в 1-ю и во 2-ю группы, значит, этот граф не является двудольным. Например, если вершина 1 соединена с вершинами 2 и 3 и вершины 2 и 3 соединены между собой. В отдельном массиве будем хранить номера групп для каждой вершины. Изначально все вершины отнесены в группу 0, т.е. они пока еще не рассматривались.

Перебор начинаем с любой вершины – присваиваем ей 1-ю группу и помещаем ее в очередь. Далее, пока не опустеет очередь, выполняем такое действие: из очереди вытаскиваем первую вершину и помещаем в конец очереди все вершины, которые связаны с ней ребром и еще не были раньше рассмотрены и не приписаны ни к какой группе. Для каждой такой вершины запоминаем номер ее группы – он должен отличаться от номера первой вершины. Если в какой-то момент выясняется, что какая-то вершина уже приписана в группу, но сейчас она должна получить другой номер группы, то это означает невозможность поделить вершины на 2 группы.

Если граф не является связным, то очередь опустеет, но останутся еще не рассмотренные вершины. Можно продолжить работу этого алгоритма с любой оставшейся вершины, отнеся ее к любой группе.

Принципы оценивания задания

- 1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;
- 10 – 17 баллы за неполную реализацию идеи
- 20 баллов за хорошее решение.

№2. Три в линию

Имеется квадратное (прямоугольное) поле, состоящее из N рядов по M клеток в каждом. В каждой клетке находится один шарик, окрашенный в один из K цветов. За один ход нужно поменять местами шарики в двух соседних клетках (соседи по вертикали или горизонтали, но не по диагонали). Сколько существует вариантов хода, после которого образуются несколько (не менее трех) шариков одного цвета подряд в линию (по вертикали или горизонтали). Цвета шариков пронумерованы натуральными числами от 1 до K .

Входные данные. В первой строке задано три целых положительных числа через пробел N, M, K ($3 \leq N, M, K \leq 100$). Далее следуют N строк по M натуральных чисел, разделенных пробелом.

Результат. Напечатать количество вариантов хода.

Пример.

Входные данные	Результат	Пояснение
3 3 3 1 2 3 3 1 3 3 3 1	3	<p>1 ход – поменять клетку 2 во 2-м ряду (цвет 1) с клеткой 2 в 3-м ряду (цвет 3). Во 2-м ряду будут подряд 3 клетки цвета 3</p> <p style="margin-left: 20px;">1 2 3 3 3 3 3 1 1</p> <p>2 ход – поменять клетку 3 в 3-м ряду (цвет 1) с клеткой 2 в 3-м ряду (цвет 3). В 3-м столбце будут подряд 3 клетки цвета 3</p> <p style="margin-left: 20px;">1 2 3 3 1 3 3 1 3</p> <p>3 ход – поменять клетку 3 во 2-м ряду (цвет 3) с клеткой 3 в 3-м ряду (цвет 2). В 3-м ряду будут подряд 3 клетки цвета 3</p> <p style="margin-left: 20px;">1 2 3 3 1 1 3 3 3</p>

Идея решения.

Просто переберем все варианты обмена пар соседних клеток. После обмена какой-то пары соседей одноцветные серии могут образоваться только в соседних с ними клетках, поэтому проверять нужно только их. Для каждой клетки достаточно рассматривать только обмен с соседями справа и снизу. Получится примерно $2 \cdot N \cdot M$ вариантов обмена.

Например, если поменялись местами клетки, обозначенные символом X , то проверять на серию нужно только соседние клетки отмеченные символом $*$.

```

..*..
..*..
**X**
**X**
..*..
..*..

```

Остальные клетки, даже соседние (они обозначены символом «.»), проверять не нужно.

Принципы оценивания задания

1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;

10 – 17 баллы за неполную реализацию идеи

20 баллов за хорошее решение.

№3. Монеты Фибоначчи

В стране Фибоначчи пользуются деньгами, полученными из чисел фибоначчи. Деньги состоят из двух частей: монет и банкнот. Монеты имеют номинал двух младших разрядов, а старшие разряды определяют размер банкнот.

Числа Фибоначчи задаются по следующей формуле:

$\Phi_1=1, \Phi_2=2, \Phi_i = \Phi_{i-1} + \Phi_{i-2}$ для $i > 2$.

Пример выдачи банкнот и монет.

$\Phi_{15}=987 = 900+87 =$ банкнота достоинством 9 + монета достоинством 87.

Надо написать программу, которая определяет, какое минимальное число различных монет должно чеканить казначейство для обеспечения этой денежной системы

Решение

```
const m=100; // 9 класс // m=1000; - 10 класс // m=125; - 11 класс
```

```
var
```

```
  f:array[0..m-1,0..m-1] of integer;
```

```
  b:array[0..m-1] of integer;
```

```
  k,i,j,fi,fi1,fi2:integer;
```

```
begin
```

```
  for i:=0 to 99 do b[i]:=0;
```

```
  for i:=0 to 99 do
```

```
    for j:=0 to 99 do
```

```
      f[i,j]:=0; // подряд идущая цепочка чисел Фибоначчи i,j отсутствует
```

```
      fi1:=1;fi2:=0;
```

```
      b[fi2]:=1;b[fi1]:=1;
```

```
      while f[fi1,fi2]=0 do // подряд идущая цепочка чисел Фибоначчи fi1,fi2
```

```
        // не появлялась
```

```
        Begin
```

```
          f[fi1,fi2]:=1; // подряд идущая цепочка чисел Фибоначчи fi1,fi2 появилась
```

```
          fi:=(fi1+fi2) mod m; // получение новой монеты
```

```
          b[fi]:=1; // монета fi востребована
```

```
          fi2:=fi1; fi1:=fi
```

```
        end;
```

```
      // подсчет числа востребованных монет
```

```
      k:=0;
```

```
      for i:=1 to m-1 do k+=b[i];
```

write(k)
end.

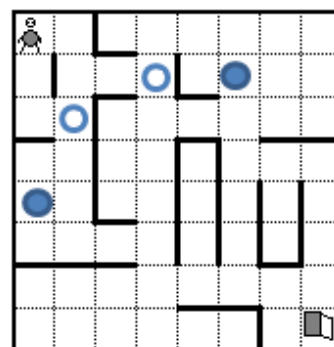
Принципы оценивания задания

- 1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;
- 10 – 17 баллы за неполную реализацию идеи
- 20 баллов за хорошее решение.

№4. Колобок в лабиринте

В лабиринте Колобок с левого верхнего угла идет в правый нижний угол. Он выбирает из имеющихся направлений движения, только приближающие к выходу (вправо либо вниз). В окружностях (белый круг) Колобок может телепортироваться в один из кругов (серая окружность).

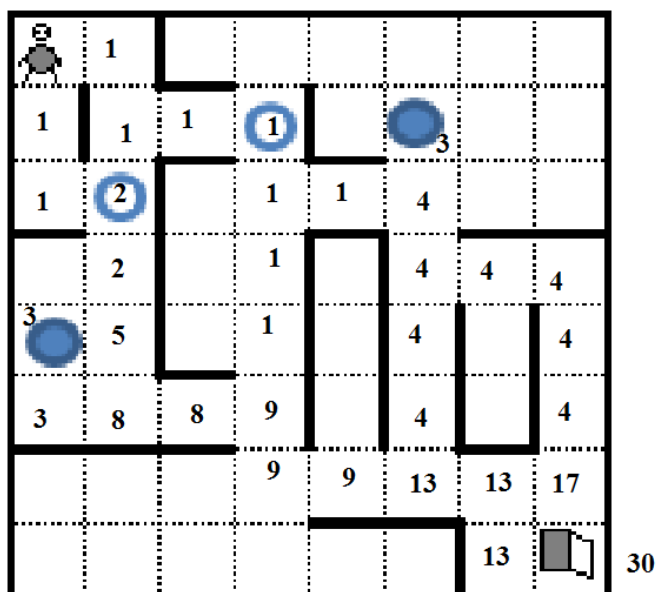
Определите число различных возможных прохождений лабиринта. (Ответом на задачу должно быть число и объяснение решения)



Ответы:

- 9 класс – 30
- 10 класс – 56
- 11 класс – 84

Решение.



Ответ: 30

Принципы оценивания задания

- 1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;
- 10 – 17 баллы за неполную реализацию идеи.
- 20 баллов за точный ответ с решением.

№ 5. Спецоперация.

Инопланетная группа захватчиков Земли на пустынной территории нашей планеты расставила свои бомбы замедленного действия. Для их устранения собирается спецгруппа отважных, умных и талантливых молодых людей.

Бомба имеет форму окружности и находится на поверхности земли. Благодаря международной разведке известны все координаты и радиусы бомб.

В состав спецгруппы входят: два сапёра, которые будут впереди отряда и будут разделяющей линией между основным отрядом и бомбами, и M снайперов со специальными лазерами, которые обезвреживают действия бомб. Снайперы расположены за разделяющей линией.

Необходимо найти минимальное число M – количество снайперов, чтобы обезвредить все бомбы. Лазер стреляет перпендикулярно разделяющей прямой линии, образованной по координатам двух сапёров, и уничтожает бомбу, если луч хотя бы касается бомбы. Действие луча не поглощается задетой бомбой, а продолжает уничтожать оставшиеся бомбы, которые находятся на его пути. Действия луча бесконечно.

Входные данные.

Первая строка входного файла содержит два целых числа, заданных через пробел, координаты первого сапёра.

Во второй строке через пробел заданы координаты второго сапёра.

Координаты сапёров не превышают 10^9 по модулю.

Следующая строка входного файла содержит натуральное число N – число бомб.

$$1 \leq N \leq 10^5.$$

В следующих N строках заданы через пробел натуральные числа x_i , y_i и r_i – координаты центра и радиус i -ой бомбы.

$$-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9,$$

$$1 \leq r_i \leq 10^5.$$

Выходные данные. Выведите минимальное число M – количество снайперов, чтобы обезвредить все бомбы.

Пример.

Входные данные	Результат
-10 -5 8 4 6 -1 3 2 1 4 3 -3 2 1 6 5 1 -4 0 1 -8 0 2	4

Решение.

```
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;
//ifstream cin("input.txt");
```



```

//ofstream cout("output.txt");
const int NMAX=100001;
long double alpha;
long double Alpha(double x1, double y1, double x2, double y2)
{
    return atan2((y2-y1),(x2-x1));
}

long double X(double x, double y)
{
    return x*cos(alpha)+y*sin(alpha);
}

int main()
{
    int n;//количество бомб
    long double x0,y0,xn,yn;//начальные и конечные координаты разделяющей
    прямой
    cin>>x0>>y0>>xn>>yn;
    cin>>n;
    pair<long double,long double> p[NMAX];//начальная и конечная координаты ОХ
    alpha=Alpha(x0,y0,xn,yn);//угол поворота системы координат
    int r;
    long double x,y;
    for(int i=0;i<n;i++) {
        cin>>x>>y>>r;
        x=X(x,y);//новый x центра
        p[i].second=x-r;
        p[i].first=x+r;
    }
    sort(p,p+n);
    int cur=0;
    int k=1;
    for(int i=1;i<n;i++) {
        if (p[cur].first<p[i].second)
        {
            cur=i;
            k++;
        }
    }
    cout<<k;
    return 0;
}

```

Принципы оценивания задания

1 – 9 баллы за наличие некоторых идей решения;

10 – 17 баллы за неполную реализацию идеи

20 баллов за хорошее решение.