

**Межрегиональные предметные олимпиады КФУ**  
**профиль «Физика»**  
**заключительный этап (разбор задач)**  
**2021-2022 учебный год**  
**9 класс**

Задача 1. (18 б.)

В мембране нервной клетки при открытии ионных каналов по ним протекает электрический ток до  $I = 5 \text{ пА} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ А}$  в каждом одиночном канале. При этом каналы могут открываться синхронно и группироваться с плотностью до 10000 ионных каналов на  $1 \text{ мкм}^2$  ( $1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$ ), т.е.  $n = 10000/\text{мкм}^2$ . Найти, какой мощности должна быть электрическая лампочка, чтобы при ее включении в сеть 220В по стандартному проводу медной электропроводки с сечением  $S = 2.5 \text{ мм}^2$  в ней была бы такая же плотность тока (ток через единичное поперечное сечение). Найти также величину этого тока.

Возможное решение:

$$n = 10000/\text{мкм}^2 = 10^4 / 10^{-6} / \text{мм}^2; \Rightarrow \text{Плотность тока } j = In = 5 \cdot 10^{-2} \text{ А/мм}^2.$$

$$\text{Сила тока: } I_w = Sj = 2.5 \text{ мм}^2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} / \text{мм}^2 = 0.125 \text{ А}$$

Мощность лампочки:

$$P = UI_w = USIn = 220 \text{ В} \cdot 0.125 \text{ А} = 27.5 \text{ Вт.}$$

**Критерии оценивания:**

Пересчитано число (плотность) ионных каналов на кв. мм.	1
Найдена плотность тока.	3
Найдена правильно величина тока.	4
Приведена формула в аналитическом виде для мощности лампочки.	5
Найдена численно правильно мощность лампочки.	5

Задача 2. (24 б.)

Некоторое количество олова залито в тонкостенную стальную форму, подвешенную за тонкую ручку. В олово вплавлен термостойкий электрический нагревательный элемент постоянной мощности. Было замечено, что с момента достижения температуры плавления олова ( $T_0 = 232 \text{ }^\circ\text{C}$ ) до полного перехода олова в жидкую фазу прошло  $t_1 = 20$  минут. После этого температура олова повысилась до  $T_1 = 640 \text{ }^\circ\text{C}$ , причем последние  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  были достигнуты за  $t_2 = 3$  минуты. После отключения нагревательного элемента олово остыло до температуры плавления. Остывание с  $243 \text{ }^\circ\text{C}$  до  $233 \text{ }^\circ\text{C}$  при этом заняло  $t_3 = 6$  минут. Сколько приблизительно времени потребуется для кристаллизации всей массы олова, охлажденного до температуры плавления, в данных условиях? Примерно до какой температуры можно нагреть данный сосуд с оловом этим нагревателем в таких условиях? Теплоемкостью формы и нагревательного элемента можно пренебречь. Зависимостью теплоемкости олова от температуры пренебречь. Окружающая температура  $32 \text{ }^\circ\text{C}$ . Температура плавления стали  $1400 \text{ }^\circ\text{C}$ , температура кипения олова  $2620 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**Возможное решение:**

Обозначим мощность нагревательного элемента  $P_1$ , мощность теплового обмена с окружающей средой пропорциональна разности температур сосуда с оловом и окружающей среды. В пределах  $10^0\text{C}$  в данном случае эта мощность меняется слабо. Обозначим мощность теплообмена с окружающей средой при температуре плавления  $P_2$ . Аналогичная величина в районе  $635^0\text{C}$  примерно в 3 раза выше ( $3P_2$ ),

Этап плавления

$$(P_1 - P_2)t_1 = m\lambda; \quad (1)$$

этап нагревания расплава  $630\text{-}640^0\text{C}$

$$(P_1 - 3P_2)t_2 = mc\Delta T; \quad (2)$$

этап охлаждения расплава  $243\text{-}233^0\text{C}$

$$P_2t_3 = mc\Delta T; \quad (3)$$

этап кристаллизации

$$P_2t_4 = m\lambda; \quad (4)$$

Подстановка (3) в (2) дает

$$(P_1 - 3P_2) = \frac{P_2}{t_2}t_3$$

Подстановка (1) в (2) дает

$$\left(\frac{m\lambda}{t_1} - 2P_2\right) = \frac{P_2}{t_2}t_3$$

$$P_2 = \frac{m\lambda}{t_1\left(\frac{t_3}{t_2} + 2\right)}$$

Подстановка  $P_2$  в (4) дает окончательно

$$t_4 = t_1\left(\frac{t_3}{t_2} + 2\right) = 80 \text{ мин};$$

Для ответа на второй вопрос потребуется выражение для  $P_1$

$$P_1 = \frac{m\lambda}{t_1} \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{t_3}{t_2} + 2\right)}\right) = \frac{m\lambda}{t_1} \left(\frac{\left(\frac{t_3}{t_2} + 3\right)}{\left(\frac{t_3}{t_2} + 2\right)}\right)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{t_3}{t_2} + 3 = 5$$

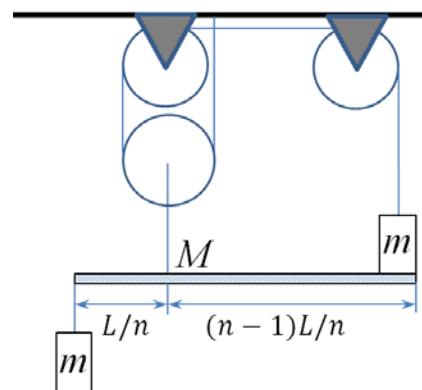
Таким образом, при температуре  $5(232\text{-}32)+32 \approx 1030^0\text{C}$  мощность теплообмена с окружающей средой сравняется с мощностью нагревателя и температура перестанет расти.

### Критерии оценивания:

Учтен теплообмен с окружающей средой.	4
Учтена зависимость теплового потока от разности температур.	4
Тепловой баланс различных этапов.	8
Найдена мощность тепловых потерь при температуре плавления.	2
Время кристаллизации.	3
Оценка максимальной температуры.	3

Задача 3. (20 б.)

Система представляет собой однородную доску массы  $M$ , два маленьких груза массы  $m$ , идеальные блоки и невесомые нерастяжимые нити. Правый груз лежит на краю доски (см. рисунок). Найдите силу натяжения нити, прикрепленной к правому грузу ( $T$ ). При каких значениях  $n$  и отношения  $m/M$  в системе будет достигаться равновесие для горизонтального положения доски?



**Возможное решение:**

Баланс моментов сил относительно точки закрепления нити под подвижным блоком и баланс сил, действующих на доску и грузы, имеют вид:

$$\begin{cases} mg \frac{L}{n} - Mg \frac{L(n-2)}{2n} - (mg - T) \frac{(n-1)L}{n} = 0 \\ 3T = (2m + M)g \end{cases} \quad (1)$$

Условие для равновесия доски именно в горизонтальном положении предполагает, что на правый груз действует ненулевая сила реакции опоры либо правый груз висит над доской в равновесии, не касаясь ее. Это условие можно выразить неравенством

$$T \leq mg$$

Система уравнений (1) преобразуется к виду

$$\begin{cases} mg(n-2) + Mg \frac{(n-2)}{2} = T(n-1) \\ T = \frac{(2m+M)}{3}g \\ \begin{cases} (n-2)g \left(m + \frac{M}{2}\right) = T(n-1) \\ T = \frac{2 \left(m + \frac{M}{2}\right)}{3}g \end{cases} \\ \frac{n-2}{n-1} = \frac{2}{3} \\ n = 4 \end{cases}$$

При  $n=4$  оставшееся условие принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{2m+M}{3} &\leq mg \\ 1 &\leq \frac{m}{M} \end{aligned}$$

**Критерии оценивания: (20б)**

Записано условие баланса моментов сил и баланс сил / баланс моментов для другой оси вращения (по 4 балла за уравнение)	8
Записано условие равновесия массы $m$ .	2
Найдена сила натяжения нити.	2
Записано условие для $n$ . Найдено значение $n$ .	5
Найдено условие для отношения $m/M$ .	3

Задача 4. (18 б.)

Точечный источник света находится на главной оптической оси собирающей линзы на расстоянии  $d > F$  от линзы, где  $F$  – фокусное расстояние линзы (известно). Где за линзой нужно разместить перпендикулярное оптической оси плоское зеркало, чтобы

- а) действительное изображение источника совпало с самим источником?  
 б) отразившиеся от зеркала и повторно прошедшие через линзу лучи образовали параллельный пучок?  
 параллельный пучок?

**Возможное решение:**

а) Если поместить зеркало в той же точке, где формируется действительное изображение, то вторичное изображение совпадет с источником. Таким образом, зеркало нужно поместить на расстоянии  $f$  от линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{Fd}{d - F}$$

б) В данном случае достаточно чтобы изображение после преломления в линзе и отражения в зеркале оказалось в фокусе. Следовательно, зеркало должно быть посередине между изображением (без зеркала) и фокусом. Расстояние от линзы

$$l = F + \frac{f - F}{2} = \frac{F(2d - F)}{2(d - F)};$$

**Критерии оценивания:**

а) Присутствует корректное построение лучей и/или описание хода лучей. Идея о положении изображения. В случае правильного ответа зачитывается автоматически.	3
а-б) Использована формула тонкой линзы для нахождения положения первичного изображения.	3
а) Найден верный ответ.	3
б) Присутствует корректное построение лучей и/или описание хода лучей. Идея о положении изображения в фокусе. В случае правильного ответа зачитывается автоматически.	3
б) Идея о расположении зеркала по середине между фокусом и изображением	3
б) Найден верный ответ.	3

Задача 5. (20 б.)

Открытый цилиндрический сосуд высотой  $H = 1$  м и сечением  $S = 0.4$  м<sup>2</sup> имеет небольшое отверстие около дна. Если сосуд наполнен до краев, то из отверстия за 2 минуты

выливается 4 литра воды. Над сосудом открывают кран, из которого выливается  $\mu_1 = 25$  мл воды в секунду. На каком уровне установится уровень воды в сосуде при открытом кране и отверстии?

**Возможное решение:**

Рассмотрим превращения энергии при вытекании малого объема воды. С точки зрения закона сохранения энергии можно считать, то этот объем перемещается с верхней части сосуда, так как остальная жидкость практически неподвижна. Изменение потенциальной энергии малого объема  $-\Delta V\rho gh$  можно приравнять изменению кинетической энергии с обратным знаком  $\Delta V\rho v^2/2$

$$v = \sqrt{2gh}$$

отверстие пропорционален скорости жидкости

$$\mu = \alpha\sqrt{2gh}$$

При вытекании из полного сосуда 4 л воды ее уровень меняется не сильно

$$\alpha = \frac{\mu_0}{\sqrt{2gH}}; \mu_0 = \frac{4000}{120} = 33.3 \text{ мл/с}$$

Баланс между втекающей и вытекающей водой

$$\frac{\mu_0}{\sqrt{2gH}}\sqrt{2gh} = \mu_1$$

$$h = H\left(\frac{\mu_1}{\mu_0}\right)^2 = 0.56\text{м}$$

**Критерии оценивания:**

Найден объемный расход в случае полного сосуда.	4
Выражение для скорости жидкости в зависимости о высоты столба.	8
Баланс между втекающей и вытекающей водой.	4
Найден уровень жидкости.	4