

## Задача А. Арбуз с хлебом

Для того, чтобы масса арбуза делилась на количество друзей необходимо съесть  $W \% N + N \cdot k$  килограмм арбуза, минимальным, в данном случае, значением является значение  $W \% N$ . В случае, если Аяз должен съесть больше чем может, то выводится -1. Во всех указанных формулах рассматривается деление на цело и знак % в качестве операции взятия остатка от деления.

## Задача В. Цветные карточки

Из жадных соображение очевидно, что в итоговых массивах значения должны быть отсортированы. Так же очевидно, что если значения должны быть отсортированы, то оптимальным разбиением будет взять массив исходный массив, отсортировать его и положить все элементы на четных позициях в один массив, а на нечетных в другой. Допустим это не так, к примеру, есть всего 4 элемента  $a_0 < a_1 < a_2 < a_3$  И в первый массив входят элементы  $a_0, a_1$ , а во второй  $a_2, a_3$ , тогда из неравенства выше очевидно, что  $a_2 - a_0 + a_3 - a_1 = a_2 + a_3 - a_0 - a_1 > a_1 - a_0 + a_3 - a_2 = a_1 + a_3 - a_0 - a_2$

## Задача С. Скобочная последовательность

Формализуем задачу, нас просят сказать, правда ли, что существует циклический сдвиг строки, являющийся ПСП (правильной скобочной последовательностью). Давайте возьмем строку  $s$  из входных данных, и запишем её дважды друг за другом  $s + s$ , таким образом нас просят сказать, правда ли, что в новой строке, существует подстрока, являющаяся ПСП. Переберем все подстроки, подстрока  $(l, r)$  является хорошей, если количество открывающихся и закрывающихся скобок на отрезке одинаково, а так же на подстроке не существует префикса, на котором количество закрывающихся скобок больше количество открывающихся. Проверить условие с количеством скобок на префиксе можно насчитав баланс ПСП, давайте заменим все открывающиеся скобки на  $+1$ , а закрывающиеся на  $-1$ , таким образом проверка про существование плохого префикса, сводится к поиску минимума в массиве, а это можно сделать структурой  $set$  за  $O(\log(n))$

## Задача D. И снова седой мекс

Первоначально, давайте найдем отрезок  $(l, r)$  такой, что  $mex$  на этом отрезке больше  $W$ . Это можно сделать за  $O(n)$  с массивом, будем итерироваться по префиксу и когда будем встречать число  $V$  будем делать  $+1$  в массив  $used$  на позицию  $V$ , так же будем вести второй указатель по массиву  $used$ , изначально указатель будет указывать на позицию  $cur = 0$ , будем сдвигать его каждый раз, когда  $used[cur] != 0$ . Этот указатель будет являться мексом для отрезка  $(l, r)$ , суммарно мы сдвинем его не больше чем  $n$  раз, таким образом получаем ассимптотику  $O(n)$  для нахождения отрезка. Далее давайте научимся переходить от отрезка  $(l, r)$  к отрезку  $(2, r')$ . Если значение на позиции  $l$  не встречается нигде более на отрезке  $(2, r)$  и значение на этой позиции меньше  $W$ , то наш отрезок изменится следующим образом, найдем ближайшего справа от индекса  $r$  соседа со значением равным значению на позиции  $l$  и скажем, что  $r'$  равно этой найденной позиции. Если же значение на позиции  $l$  меньше чем  $W$  или оно встречается несколько раз на отрезке  $(l, r)$  то, значение  $r'$  не изменится и будет так же равно  $r$ . Поиск соседа справа от индекса и проверка сколько раз элемент встречается на отрезке может быть организована при помощи бинарного поиска, заведем массив  $position$ , где  $position[i]$  будет хранить все позиции вхождения элемента  $i$  в отсортированном порядке, бинарный поиск по этому массиву решает все поставленные задачи.

Альтернативный разбор <https://www.overleaf.com/read/zpcnfvyybvhn>

## Задача E. Построй свой массив!

Считаем все запросы на добавление и создадим конечный массив сразу же, а после будем отвечать на запросы. Построим дерево отрезков, с отсортированными векторами в вершине(merge tree), где в вершине, отвечающей за отрезок  $(l, r)$  лежат отсортированные элементы с этих позиций. В таком случае ответ на запрос количество элементов меньше либо равных сводится к бинарному поиску в  $\log$  вершинах дерева отрезков, т.е к ассимптотике  $O(q * \log(q)^2)$  <https://cf.mfyan.com/blog/entry/75304> статья по структуре данных