

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Олимпиада "МагистриУм"
2021/22 учебный год

Институт вычислительной математики и информационных технологий
Профиль: Бизнес-информатика

1. Кратчайшие расстояния (по прямой) от деревень А и В до автомобильного шоссе равны 2 км и 5 км соответственно. Расстояние между деревнями (по прямой) равно 5 км. Решено поставить автомобильную остановку на шоссе таким образом, чтобы сумма расстояний до деревень (по прямой) была минимальна. Чему равна эта минимальная сумма?
2. В пробирке находятся марсианские амебы трех типов: А, В и С. Две амебы любых двух разных типов могут слиться в одну амебу третьего типа. После нескольких таких слияний в пробирке оказалась одна амеба. Каким может быть ее тип, если исходно амеб типа А было 14 штук, типа В – 13 штук и типа С – 16 штук.
3. Последовательность $a(n)$ задается следующим образом : $a(1) = 1$, $a(n+1) = a(n) + 1/a(n)$ для всех натуральных $n > 1$. Докажите, что $a(100) > 14$.
4. В банке планируется выделить 20 миллионов рублей в качестве кредитов. На кредиты претендуют 7 заемщиков, а сами суммы кредитов должны быть кратны 1 миллиону рублей. Сколько различных способов выделения кредитов существует?
5. Из сосуда, содержащего 3 черных и 4 белых шара, извлекаются шары до тех пор, пока не появится белый шар. Найти математическое ожидание числа вынутых черных шаров, если шары после извлечения не возвращаются обратно.