

9.1. С каким периодом повторяются конфигурации астероида Веста? (15 баллов)

Решение. По определению промежутков времени между двумя одноимёнными последовательными конфигурациями есть синодический период. По формуле

$$\frac{1}{S} = \left| \frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_B} \right| \quad (1) \quad (8 \text{ баллов})$$

устанавливается связь между синодическим и сидерическим периодами Весты. Третий закон Кеплера позволяет нам определить сидерический период Весты, следовательно, вычислив его по формуле

$$T_B = \sqrt{a_B^3} = \sqrt{2,36^3} = 3,62 \text{ лет} \quad (2) \quad (4 \text{ балла})$$

мы можем найти синодический период астероида, подставив в (1) в качестве сидерического периода Земли 1 год, и у нас получается итоговая формула вида

$$S = \frac{T_3 T_B}{T_B - T_3} = \frac{3,62}{2,62} = 1,38 \text{ лет} \quad (3) \quad (3 \text{ балла})$$

откуда синодический период астероида Весты равен 1,38 земных лет.

9.2. В каком диапазоне может изменяться угловое удаление от Солнца для Меркурия в момент наибольшей элонгации при наблюдении с Земли? Орбиту Земли считать круговой. (20 баллов)

Дано:

$e_3=0$ (орбита круговая)

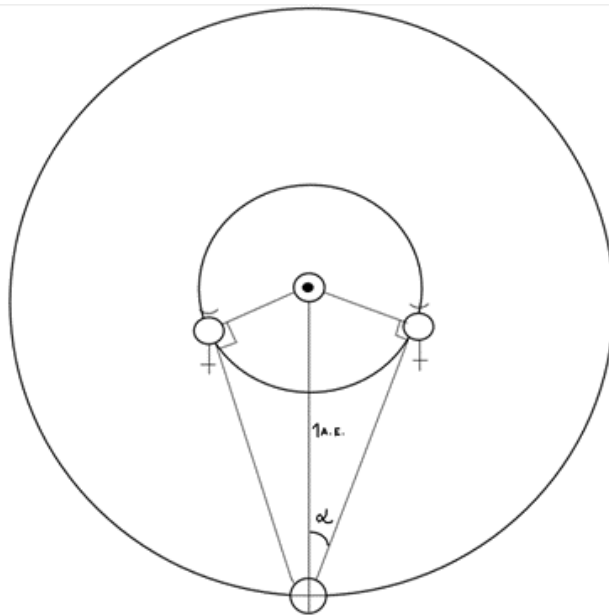
$a_3=1 \text{ а.е.}$

$e_M=0,21$

$a_M=0,38 \text{ а.е.}$

Решение.

Для начала нужно разобраться с расположением Меркурия на орбите, соответствующим наибольшей элонгации.



Элонгация планеты - угол Солнце-Земля-планета. Максимальная элонгация внутренней планеты наблюдается в момент, когда прямая Земля-планета является касательной к орбите планеты, то есть угол Солнце-планета-Земля – прямой. (6 баллов)

Мы ищем диапазон углов, потому что Меркурий может находиться в максимальной элонгации, будучи в перигелии или афелии своей орбиты. Для этих двух случаев угол Солнце-Земля-Меркурий будет разным (назовём его α). (6 баллов)

Так как орбиту Земли считаем круговой, расстояние между Солнцем и Землёй (как радиус орбиты) однозначно – 1 а.е. (1 балл)

Для нахождения данного угла необходимо также знать расстояние от Солнца до Меркурия (перигелийное и афелийное).

Формула для нахождения афелийного расстояния:

$$Q = a(1+e) \quad (1 \text{ балл})$$

$$Q = 0,38 \text{ а.е.}(1+0,21) = 0,46 \text{ (а.е.)} \quad (1 \text{ балл})$$

Формула для нахождения перигелийного расстояния:

$$q = a(1-e) \quad (1 \text{ балл})$$

$$q = 0,38 \text{ а.е.}(1-0,21) = 0,30 \text{ (а.е.)} \quad (1 \text{ балл})$$

Для Меркурия в афелии: посчитаем синус угла разделив афелийное расстояние (катет прямоугольного треугольника) на расстояние от Земли до Солнца (гипотенуза)

$$\sin \alpha = \frac{0,46}{1} \text{ а.е.}$$

$$\sin \alpha = 0,46$$

$$\arcsin(0,46) = 27,39^\circ = 27^\circ 23' \quad (1 \text{ балл})$$

Для Меркурия в перигелии: посчитаем синус угла разделив перигелийное расстояние (катет прямоугольного треугольника) на расстояние от Земли до Солнца (гипотенуза)

$$\sin \alpha = \frac{0,30}{1} \text{ а.е.}$$

$$\sin \alpha = 0,30$$

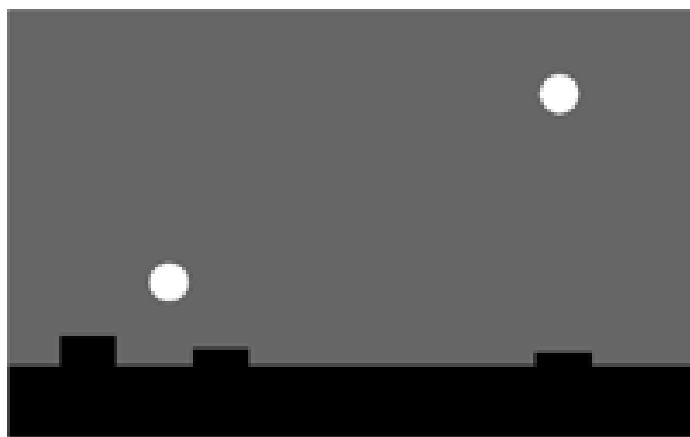
$$\arcsin(0,30) = 17,46^\circ = 17^\circ 27' \quad (1 \text{ балл})$$

Итак, диапазон изменения углового удаления от Солнца для Меркурия в момент наибольшей элонгации при наблюдении с Земли:

$$17^\circ 27' \leq \alpha \leq 27^\circ 23' \quad (1 \text{ балл})$$

Ответ: $17^\circ 27' \leq \alpha \leq 27^\circ 23'$.

9.3. На один кадр снято два изображения Луны вблизи горизонта. Определите, вечером или утром был получен снимок? Какое из изображений – первое? (20 баллов)



Решение. Возможно рассмотрение двух случаев:

(За рассмотрение только одного случая участник получает не более 10 баллов.)

1. Наблюдатель находится в северном полушарии. Тогда Луна, как и все светила, движется по небесной сфере слева направо (по часовой стрелке), т.к. именно в таком порядке расположены на горизонте точки востока, юга и запада (4 балла). Значит на снимке мы видим восходящую Луну, т.е. первый снимок тот, на котором Луна ниже над горизонтом (левый), второй - выше (правый). (1 балл) На фото Луна находится недалеко от точки востока. Т.к. на кадре изображена полная Луна,

логично предположить, что Солнце расположено в противоположной части неба, то есть недалеко от точки запада (4 балла), из чего следует, что фото было сделано вечером. (1 балл)

Баллы за второй случай расставляются аналогично.

2. Наблюдатель находится в южном полушарии. Тогда Луна движется справа налево (против часовой стрелки), т.к. именно в таком направлении следуют по порядку восток, север и запад. Значит на снимке мы видим заходящую Луну, т.е. первый снимок тот, на котором Луна выше над горизонтом (правый), второй - ниже (левый). По аналогии с первым пунктом можно сделать вывод, что изображение получено утром, т.к. полная Луна кульминирует в полночь, а значит мы видим утреннее небо.

9.4. Некая звезда имеет параллакс 0.01'' и приближается к Солнцу со скоростью 30.7 км/с. При этом видимое перемещение звезды в картинной плоскости (т. е. перпендикулярно лучу зрения) отсутствует. Через сколько лет блеск звезды для наблюдателя на Земле возрастёт на 5^m? (25 баллов)

Решение. r – расстояние от звезды до Солнца.

$$r = \frac{1}{\pi''} = \frac{1}{0,01''} = 100 \text{ пк}$$

(3 балла (2 балла формула и 1 балл численный ответ))

Первый способ нахождения r' :

M – абсолютная звездная величина, она является постоянной для конкретной звезды.

$$M = m + 5 - 5 \lg(r) = m' + 5 - 5 \lg(r') \quad (4 \text{ балла})$$

$$m' - m = 5 \lg\left(\frac{r'}{r}\right) \quad (2 \text{ балла})$$

По условию звезда приближается, значит звездная величина должна уменьшиться на 5^m

$$m' - m = -5^m \quad (4 \text{ балла})$$

$$-5 = 5 \lg\left(\frac{r'}{r}\right)$$

$$\lg\left(\frac{r'}{r}\right) = -1$$

$$r' = \frac{r}{10} = 10 \text{ пк (конечное расстояние от Солнца до звезды)}$$

(4 балла (3 балла за формулу и ее обоснование и 1 балл за численный ответ))

Второй способ нахождения r' , не требующий использования логарифмов:

$\Delta m = 5 \Rightarrow$ яркость звезды изменилась в 100 раз (4 балла)

Т.к. звезда приближается, то ее яркость увеличилась. (2 балла)

По закону обратных квадратов:

$$\frac{E}{E'} = \frac{r'^2}{r^2} = \frac{1}{100} \quad (4 \text{ балла})$$

$$r' = 0,1r = 10 \text{ пк} \quad (4 \text{ балла})$$

Оба способа нахождения расстояния оцениваются в одинаковое количество баллов.

$$\Delta r = r - r' = 100 - 10 = 90 \text{ пк} \quad (2 \text{ балла})$$

Т.к. перемещение звезды в картинной плоскости отсутствует, лучевая скорость звезды равна ее полной скорости. (2 балла)

$$T = \frac{\Delta r}{v} = \frac{90 \cdot 206265 \cdot 1,496 \cdot 10^8}{30,7} = 9 \cdot 10^{13} \text{ с} = 2,87 \cdot 10^6 \text{ земных лет}$$

(4 балла (2 балла формула и 2 балла численный ответ))

Ответ: $2,87 \cdot 10^6$ земных лет.

9.5 На фото, сделанном в декабре 2022 года в Турецкой национальной обсерватории ТЮБИТАК (широта $\varphi = 37^\circ$), где расположен телескоп КФУ РТТ-150 с диаметром зеркала 1.5 метра, снято ночное небо и его отражение в стеклянной поверхности, расположенной под углом α к горизонту. Съёмка производилась на сверхширокоугольный объектив с полем зрения 170° («фишай»). Отождествите основные созвездия и ярчайшие звёзды в них, видимые на фото. Какой небесный объект не звёздной природы есть на кадре? (20 баллов)

Решение. Подробное объяснение взаимного расположения наблюдателя и отражающей поверхности: см. решение 11.5 для 10-11 классов.

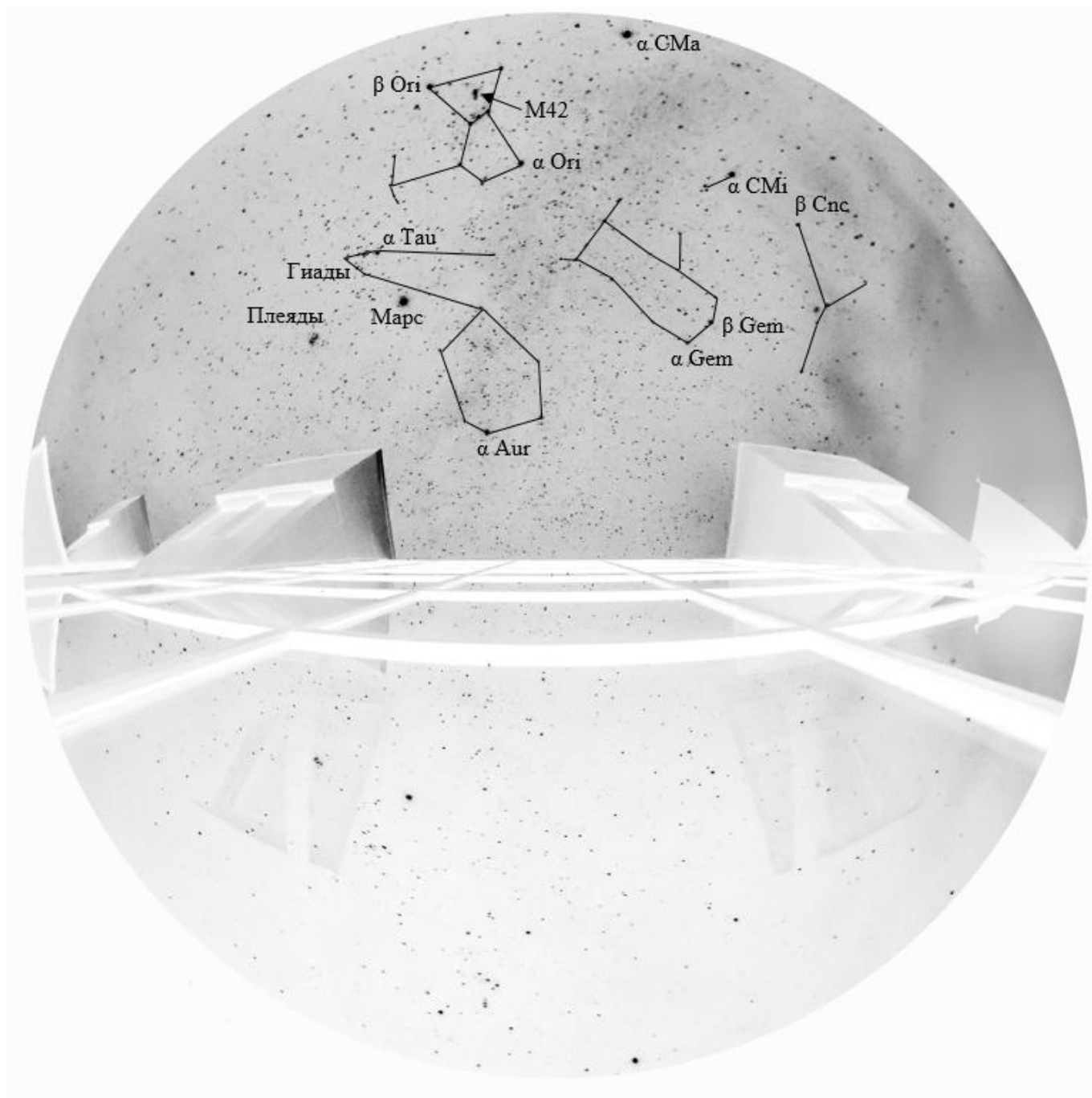
Сразу можно заметить узнаваемую фигуру Ориона (2 балла) как на небе, так и в его отражении. В плече Ориона заметим одну из наиболее ярких звёзд небесной сферы, Бетельгейзе (α Ori) (1 балл), а ниже пояса в противоположном «углу» – Ригель (β Ori). Чуть ниже пояса Ориона также можно отметить кинжал (меч) Ориона с весьма интересным объектом – Большой Туманностью Ориона (M42), удалённой от Солнечной системы на расстояние около 1500 световых лет. Зная положение M42 в Орионе, и без рассмотрения всех случаев взаимного расположения наблюдателя и зеркала можно установить, что α – угол наклона стеклянной поверхности к плоскости горизонта – отсчитывается в плоскости небесного меридиана (т.е. наблюдатель стоит лицом к северу и держит камеру таким образом, чтобы запечатлеть участок неба, находящийся за его спиной).

Юго-восточный конец пояса Ориона указывает на Сириус (α CMa) (1 балл) – ярчайшую звезду небосклона и α Большого Пса. Северо-западный конец же указывает на Альдебаран (α Tau) (1 балл), самую заметную звезду Тельца (2 балла), рядом с которой различимо скопление Гиады. Чуть ниже расположено ещё одно известное скопление Плеяды, также относящееся к созвездию Тельца. Примечательный объект рядом с одним из «рогов» Тельца заметно ярче Альдебарана и не относится к известным астеризмам, потому логично предположить, что мы наблюдаем какую-либо из планет Солнечной системы, в нашем случае Марс, последнее противостояние которого происходило как раз 8 декабря 2022 года, в даты наблюдений. Установить природу объекта нам также помогает то, что Телец является зодиакальным созвездием, а орбиты всех наблюдаемых невооружённым глазом планет имеют угол наклона к плоскости эклиптики не более 7° . (1 балл за указание объекта, 2 балла за обоснование)

В центральной части неба на кадре можно различить тёмную (на негативе) область – Млечный Путь. По другую сторону от него относительно вышеупомянутых созвездий заметна ещё одна яркая звезда зимнего неба и первая по яркости в созвездии Возничего (2 балла) – Капелла (α Aur) (1 балл).

Следующее зодиакальное созвездие, чётко различимое на фото, – это Близнецы (2 балла) и его наиболее яркие звёзды Кастор и Поллукс (α Gem и β Gem соответственно) (1 балл). Рядом с ним расположены Малый Пёс (ярчайшая звезда – Процион (α CMi)) (1 балл) и Рак (2 балла) (ярчайшая звезда – Альтарф (β Snc) (1 балл)). Можно также отметить созвездия, частично попадающие в кадр и/или трудноразличимые ввиду особенностей съёмки: Гидра, Единорог, Эридан, Заяц, Кит, Овен, Рысь.

Фото для задачи 9.5 (негатив)



Справочные данные:

1 а.е. = $1.496 \cdot 10^8$ км; 1пк = 206265 а. е.

скорость света в вакууме $c = 299792$ км/с; гравитационная постоянная $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ м³/кг·с²

продолжительность тропического года $T = 365.2422$ суток

длительность синодического периода обращения Луны 29.5 дня, сидерического – 27.3 дня

наклонение экватора Земли к плоскости эклиптики $\varepsilon = 23^{\circ}26'$

масса Солнца – $2 \cdot 10^{30}$ кг, радиус Солнца – $6.96 \cdot 10^5$ км

масса Земли – $6 \cdot 10^{27}$ г, радиус Земли – 6371 км

радиус Луны – 1737 км, большая полуось орбиты Луны 385 000 км

большая полуось орбиты Меркурия 0.38 а.е., эксцентриситет орбиты Меркурия 0.21

большая полуось орбиты Весты 2.36 а.е., эксцентриситет орбиты Весты 0.09

