

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор –
проректор по научной деятельности

_____ Д.А. Таюрский

« 26 _____ 2022 г.



Программа вступительного испытания по специальности

Уровень высшего образования: подготовка кадров высшей квалификации

Тип образовательной программы: программа подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре

Научная специальность: 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

Форма обучения: очная

Общие указания

Вступительные испытания в аспирантуру по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика охватывают стандартные разделы университетских курсов по математическому анализу, алгебры, геометрии, дифференциальным уравнениям. Также проверяются базовые компетенции владения системами компьютерной математики. Вопросы и структура билетов для вступительного испытания приведены ниже.

Порядок проведения вступительных испытаний

Вступительное испытание проводится в форме экзамена на основе билетов. В каждом экзаменационном билете по 2 вопроса. Экзамен проходит в письменной форме. Подготовка к ответу составляет 1 академический час (60 минут) без перерыва с момента раздачи билетов. Задания оцениваются от 0 до 100 баллов в зависимости от полноты и правильности ответов.

Критерии оценивания

Оценка поступающему за письменную работу выставляется в соответствии со следующими критериями.

Отлично (80-100 баллов)

Поступающий обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание материала, умение свободно выполнять задания, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной данной программой, усвоил взаимосвязь основных понятий математической физики в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

Хорошо (60-79 баллов)

Поступающий обнаружил полное знание вопросов математической физики, успешно выполнил предусмотренные тестовые задания, показал систематический характер знаний по математической физике и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Удовлетворительно (40-59 баллов)

Поступающий обнаружил знание основ математической физики в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением тестовых заданий, знаком с основной литературой, рекомендованной данной программой, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

Неудовлетворительно (менее 40 баллов)

Поступающий обнаружил значительные пробелы в знаниях основ математической физики, допустил принципиальные ошибки в выполнении тестовых заданий и не способен продолжить обучение по математической физике.

Вопросы программы вступительного испытания в аспирантуру по направленности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

1. Предел числовой последовательности и функции; критерий Коши существования предела. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; свойства функций, заданных на отрезке.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях; формула Тейлора. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций правила Лопиталья.

3. Неопределенный и определенный интеграл, формула Ньютона – Лейбница. Основные приемы интегрирования.
4. Функции многих переменных: пределы, непрерывность; дифференциал и частные производные функций многих переменных; производная по направлению; дифференцирование сложных функций; условный экстремум; теорема о неявном отображении.
5. Числовые ряды: критерий Коши; признаки сходимости; абсолютная и условная сходимость; теорема Римана. Функциональные последовательности и ряды: теоремы о предельном переходе; о непрерывности, по членном интегрировании и дифференцировании.
6. Степенные ряды, формула Коши – Адамара; непрерывность суммы степенного ряда; по членное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
7. Несобственные интегралы, интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; ряд Фурье и интеграл Фурье, преобразование Фурье.
8. Двойной интеграл и интегралы высшей кратности, замена переменных в кратном интеграле; несобственные кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.
9. Системы линейных уравнений, ранг матрицы; определители, их свойства. Векторные пространства; базис и размерность; подпространства; сумма и пересечение подпространств; прямые суммы.
10. Билинейные и квадратичные формы; приведение квадратичной формы к нормальному виду; закон инерции; положительно определенные квадратичные формы; критерий Сильвестра.
11. Линейные операторы; собственные векторы и собственные значения; понятие о жордановой нормальной форме. Евклидовы векторные пространства, ортонормированные базисы; процесс ортогонализации; ортогональные матрицы; линейный оператор, сопряженный к данному, приведение квадратичной формы к главным осям; ортогональные и унитарные линейные операторы; канонический базис для них.
12. Аффинные и евклидовы аффинные пространства. Движения евклидова пространства; классификация движений трехмерного пространства; группа невырожденных аффинных преобразований и группа движений.
13. Векторы: скалярное, векторное и смешанное произведение. Прямая линия и плоскость. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола. Поверхности второго порядка: эллипсоид; гиперболоид; параболоид; цилиндр; конические сечения.
14. Понятие дифференциального уравнения; поле направлений, решения; интегральные кривые, векторное поле; фазовые кривые. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейное уравнение.
15. Задача Коши: теорема существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений, для уравнения любого порядка). Фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения).
16. Метод вариации постоянных; решение однородных линейных систем и уравнений с постоянными коэффициентами. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами и неоднородностями специального вида.
17. Уравнения в частных производных. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Общие понятия об уравнениях математической физики и их связи с физическими задачами. Классификация уравнений математической физики.
18. Задачи Коши, Дирихле и Неймана для уравнений математической физики.
19. Методы решения основных задач математической физики. Метод разделения переменных – метод Фурье. Задача Штурма-Лиувилля. Задача об охлаждении пластины.
20. Основные системы компьютерной математики (СКМ) и их свойства. Общие действия над числами и выражениями. Приближенное вычисление.
21. Решение линейных и нелинейных алгебраических уравнений в СКМ. Задание упорядоченных и неупорядоченных списков, работа с ними. Подстановки и упрощения, конвертирование.

22. Графики кривых и поверхностей, заданных явно и параметрически. Основные опции двумерной и трехмерной графики. Графики нескольких функций. Объединение графиков на одном рисунке.
23. Вычисления с векторами и матрицами. Основные векторные операции в СКМ и операции с матрицами. Решение матричных уравнений.
24. Вычисление кратных производных функций одной и нескольких переменных в СКМ. Разложение в ряд Тейлора функций одной переменной.
25. Вычисление сумм и рядов в СКМ. Вычислений пределов функций и функциональных рядов.
24. Вычисление неопределенных и определенных интегралов в СКМ.
26. Задание и общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений в СКМ. Решение задачи Коши в СКМ. Визуализация решений обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем в СКМ.
27. Численное решение задачи Коши для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений в СКМ, визуализация решения.
28. Основные элементы документа в пакете LaTeX. Структурирование TEX-документа.
29. Типы математических выражений в LaTeX и способы их форматирования.
30. Таблицы в LaTeX.
31. Импорт графики в LaTeX.

Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы вступительного испытания в аспирантуру по направленности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика

1. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: учебное пособие для вузов : в 10 т. Том 2. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под. ред. Л.П. Питаевского. — 9-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2018. - 508 с. - ISBN 978-5-9221-1568-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1223533> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: по подписке.
2. Бесов, О. В. Лекции по математическому анализу : учебник / О. В. Бесов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 480 с. — ISBN 978-5-9221-1665-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/91150> (дата обращения: 02.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Дубровин, В. Т. Лекции по математическому анализу : учебное пособие / В. Т. Дубровин. — Казань : КФУ, [б. г.]. — Часть 2 — 2016. — 140 с. — ISBN 978-5-00019-575-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/73544> (дата обращения: 02.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Кузнецова, О. С. Математический анализ. Сборник задач и решений с применением системы Maple : учебное пособие / О.С. Кузнецова, М.Н. Кирсанов. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 375 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1160964. - ISBN 978-5-16-016476-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1160964> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: по подписке.
5. Дьяконов, В. П. Maple 9.5/10/11 в математике, физике и образовании [Электронный ресурс] / В. П. Дьяконов. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : СОЛОН-ПРЕСС, 2010. - 752 с.: ил. - (Серия «Библиотека профессионала»). - ISBN 978-5-94074-501-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/408082> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: по подписке.
6. Кирсанов, М. Н. Алгебра и геометрия. Сборник задач и решений с применением системы Maple : учебное пособие / М.Н. Кирсанов, О.С. Кузнецова. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 272 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/20873. - ISBN 978-5-16-012325-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1194140> (дата обращения: 02.03.2020). – Режим доступа: по подписке.
7. Львовский, С. М. Работа в системе LaTeX : учебное пособие / С. М. Львовский. — 2-е изд. — Москва : ИНТУИТ, 2016. — 534 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная си-

- стема. — URL: <https://e.lanbook.com/book/100443> (дата обращения: 02.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
8. Макаров, Е. М. Линейные и аффинные пространства в компьютерной геометрии : учебно-методическое пособие / Е. М. Макаров. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2019. — 36 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/144701> (дата обращения: 02.03.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

Программа вступительного испытания в аспирантуру составлена в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по специальности 1.1.2 Дифференциальные уравнения и математическая физика.